LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN ENERGÍA Y SUSTENTABILIDAD

MATERIA: ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO.

1. **CARGA ELÉCTRICA (6)**
   - 1.1 **Carga Eléctrica.**
   - 1.2 **Conductores y Aislantes.**
   - 1.3 **Ley de coulomb.**

2. **CAMPO ELÉCTRICO (10)**
   - 2.1 **El Campo Eléctrico.**
   - 2.2 **Líneas de Campo.**
   - 2.3 **El Campo Eléctrico Debido a Cargas Puntuales.**
   - 2.4 **El Campo Eléctrico Debido a Distribuciones** Continuas de Carga.
   - 2.5 **La Carga Eléctrica en un Campo Eléctrico.**

3. **LEY DE GAUSS (8)**
   - 3.1 **Flujo Eléctrico.**
   - 3.2 **La Ley de Gauss.**
   - 3.3 **Aplicaciones de la Ley de Gaus.**

4. **POTENCIAL ELÉCTRICO** (4)
   - 4.1 **Energía Potencial Eléctrica**.
   - 4.2 **Potencial Eléctrico.**
   - 4.3 **Superficies Equipotenciales.**
   - 4.4 **Determinación del Potencial Eléctrico.**
   - 4.5 Relaciones del Campo Eléctrico y el Potencial Eléctrico.
   - 4.6 Energía Potencial Eléctrica de un Sistema de Cargas.

5. CAPACITANCIA, CORRIENTE ELÉCTRICA Y RESISTENCIA (8)

5.1 Capacitancia.
5.2 Cálculo de Capacitancia.
5.3 Arreglos de Capacitores.
5.4 Energía Almacenada en un Capacitor.
5.5 Capacitores con Dieléctricos.
5.6 Corrientes Eléctrica.
5.7 Resistencia y Resistividad.
5.8 Ley de Ohm.
5.9 Semiconductores y Superconductores.

6. CAMPO MAGNÉTICO

6.1 Campos Magnéticos.
6.2 Cargas en Movimiento.
6.3 Fuerzas Magnéticas en Alambres Portadores de Corriente.
6.4 Par en un Lazo de Corriente.
6.5 Campo Magnético Producido por una Corriente Eléctrica.
6.6 Fuerza entre Corrientes Paralelas.
6.7 Ley de Ampere.

7. INDUCCIÓN E INDUCTANCIA

7.1 Ley de Inducción de Faraday.
7.2 Ley de Lenz.
7.3 Inductores e Inductancia.
7.4 Auto-Inducción Mutua.
7.5 Energía en Campos Magnéticos.

8. ECUACIONES DE MAXWELL

8.1 Ley de Gauss para Campos Magnéticos.
8.2 Corrientes de Desplazamiento.
8.3 Ecuaciones de Maxwell.
8.4 Magnétismo.
8.5 Materiales Magnéticos.
8.6 Ondas Electromagnéticas.

TEMA 1 CARGA ELÉCTRICA.

1.1 Carga eléctrica.
1.2 Conductores y Aislantes.
1.3 Ley de Coulomb.

1.0 Introducción.

Existen diversos tipos de experimentos o inclusive condiciones naturales en las que es posible observar la presencia de una carga eléctrica de los efectos que está produce; si pasamos la mano sobre una superficie de material aislante es probable que al poner las misma mano sobre una hoja de papel esta se adhiera, si caminamos sobre un alfombra o nos sentamos en un sillón sintético en los días secos, es posible que en la oscuridad se pueda apreciar una chispa de descarga. Cada uno de estos sencillos experimentos representa un pequeño vistazo a la gran cantidad de carga eléctrica que esta almacena en los objetos que nos rodean.

1.1 Carga Eléctrica.

La Carga eléctrica es una característica inherente o intrínseca de las partículas fundamentales que conforman cada uno de los objetos que están a nuestro alrededor. Dependiendo de la naturaleza de la materia que compone los objetos se pueden encontrar con carga positiva, negativa o neutra (sin carga neta). Cuando existe un equilibrio de carga se dice que la carga neta es igual a cero, por lo tanto al estar indicando que un objeto esta cargado (positiva o negativamente) significa que tiene un desequilibrio de carga. El desequilibrio siempre es muy pequeño en comparación a la cantidad de carga total que tiene el objeto.

Los objetos cargados ejercen fuerzas entre sí, estas fuerzas permiten que exista un interacción entre ellos. Cuando dos objetos se encuentran con la misma carga, ya sea positiva o negativa ejercerán una fuerza de repulsión y cuando la carga entre los objetos es de signos contrarios (uno positivo y otro negativo existe un fuerza de atracción), esto anteriormente descrito queda de manifiesto en la Fig. 1.1 a) Fuerza de Atracción y en b) Fuerza de repulsión.

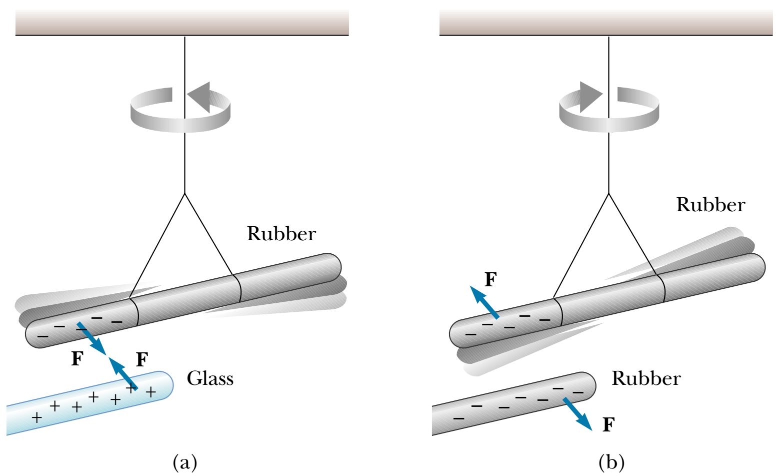


Fig. 1.1 Interacción entre objetos cargados. a) Atracción; b) Repulsión.

Objetos con cargas de signos contrarios —> Atracción
Objetos con cargas de signos iguales —> Repulsión
La carga se conserva
La carga es cuantificable.

A tener en cuenta

La atracción y repulsión de cuerpos cargados tiene diversas aplicaciones como la aplicación de pintura y polvo electrostático, recolectores de polvo de ceniza, impresión de inyección de tinta, fotocopiado.

1.2 Conductores y Aislantes.

Existen algunos materiales en los cuales la carga negativa puede fluir de manera libre con una mínima oposición, a este tipo de materiales se les conoce como conductores, son materiales como metales, agua (no químicamente pura) el cuerpo humano, etc.

A los materiales que no permiten la libre circulación de la carga negativa se les denomina aislantes o no conductores, entre ellos se puede encontrar a la cerámica, el vidrio, el plástico, el agua químicamente pura. Como la carga negativa en los materiales aislantes no puede moverse libremente, estos pueden cargarse y producir moviendo de cargas en materiales conductores por el fenómeno de inducción.

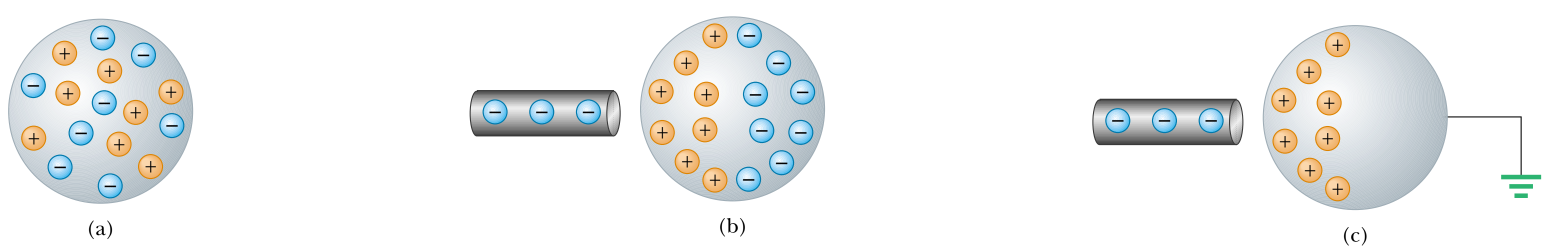


Fig. 1.2 Fenomeno de Inducción.

El experimento de la Fig. 1.2 Demuestra la movilidad de la carga en un material conductor. Para que el material conductor no vuelva al equilibrio se tiene que mantener aislado, en caso de que tuviese contacto con otro material conductor la movilidad de la carga ocasionaría que carga negativa circulara hacia el y el material conductor volviera a tener carga neutra.

Solo los electrones de conducción con sus cargas negativas se pueden mover.
Los iones positivos permanecen en su lugar

A tener en cuenta

Existen otros materiales que se pueden comportar como materiales intermedios, son denominados *semiconductores* como el Silicio y el Germanio.

También se pueden producir a temperaturas muy bajas materiales *Superconductores* que no presentan ninguna oposición al paso de la carga eléctrica a través de ellos.

1.3 Ley de Coulomb.

La fuerza de atracción o de repulsión que se produce cuando interactúan dos cuerpos cargados con cargas q_1 y q_2 respectivamente que se encuentran separadas por una distancia r se denomina ***Fuerza Electrostática*** y la ecuación que permite determinar su magnitud se denomina como Ley de Coulomb.

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$ ec. (1.1)

Donde: k es la constante electrostática = $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99x10^9 N\frac{m^2}{C^2}$

La variable $\epsilon_0 = 8.85x10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}$ es la constante de permitividad.

Como en las ecuaciones de fuerzas gravitacionales la ecuación de la Ley de Coulomb obedecen al principio de superposición cuando se encuentran interactuando mas de dos cargas, lo anterior puede ser expresado mediante la ec. (1.2).

$$\vec{F}_{1,neta} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{1,4} + \ldots + \vec{F}_{1,n} \qquad \text{ec. (1.2)}$$

La Ley de Coulomb no indica si la fuerza resultante es de atracción o de repulsión, solo indica la magnitud de la fuerza electrostática.

A tener en cuenta

Ejemplo 1.1.

En el átomo de hidrogeno el electrón y el protón están separados en promedio por una distancia de 5.3 x 10^{-11}m. Encuentra la magnitud de la fuerza electrostática y su dirección entre las dos partículas. Observar la aplicación en el IPad.

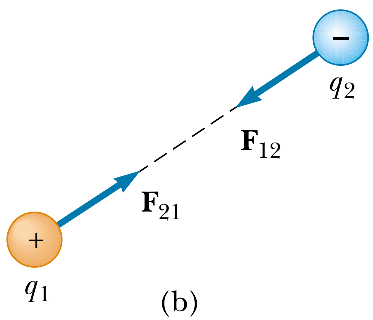


Tabla 1.1 Carga y masa de electrón, protón neutrón.		
Particula	**Carga (Couloms C)**	**Masa (kg)**
Electrón (e)	-1.6021917 x 10^{-19}	9.1095 x 10^{-31}
Protón (p)	1.6021917 x 10^{-19}	1.67261 x 10^{-27}
Neutrón (n)	0	1.67492 x 10^{-27}

Ejemplo 1.2.

Considere tres cargas puntuales localizadas en las esquinas de un triangulo rectángulo como el mostrando en la Fig. 1.4; donde las $q_1 = q_3 = 5.0\ \mu C$, $q_2 = -2.0\ \mu C$ y $a = 0.10m$. Encuentre la fuerza neta (resultante) ejercida en q_3.

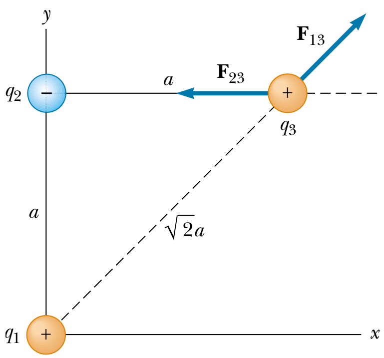
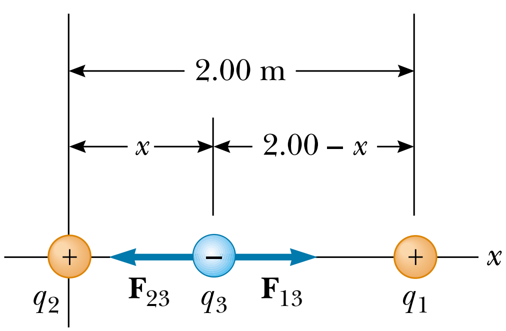


Fig. 1.4. Ejemplo 1.2

Ejemplo 1.3.

Tres cargas puntuales están colocadas a los largo del eje x como se muestra en la Fig. 1.5; los valores de las cargas son $q_1 = 15.0\ \mu C$, $q_2 = 6.0\ \mu C$ *y la resultante de* q_3 *es igual a cero. Cuál es la posición de la carga* q_3?



Ejemplo 1.4.

Dos pequeñas esferas de cargas idénticas, que cada una tiene un masa de $3.0 \times 10^{-2}\ kg$, se encuentran en equilibrio como se muestra en la Fig. 1.6. El largo de los cordones que las sostienen es de $0.15 m$ y el ángulo en el que se mantienen en equilibrio es $\theta = 5^o$. Encuentre la Fuerza electrostática que mantiene a las esferas en equilibrio.

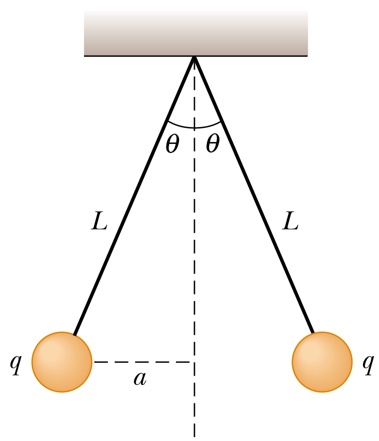


Fig. 1.6. Ejemplo 1.4.

Actividad de Tarea 1

a) En equipo de 4 personas realicen un video donde demuestren la existencia de carga eléctrica en por lo menos tres manera diferentes. Subir el video a alguna plataforma y entregar solamente un QR para poder verlo.

b) Resuelva los siguiente ejercicios:

1.- ¿Cuál debe ser la distancia entre la carga puntual $q_1 = 26.0$ *μC y la carga* $q_2 = -47.0$ *μC para que la fuerza electrostática entre ellas tenga una magnitud de 5.7N?*

2.- Dos partículas de igual carga, sostenidas a 3.2 x 10^{-3} m de separación , se sueltan desde el reposo. Se observa que la aceleración inicial de la primera partícula es de 7.0 m/s^2 y la de la segunda es de 9.0 m/s^2. Si la masa de la primera es de 6.3 x 10^{-7} kg ¿Cuales son a) La masa de la segunda y b) La magnitud de la carga de cada una?

3.- ¿Cuál es la carga total en Coulombs de 75kg de electrones?

4.- Dos gotas de agua esféricas con cargas idénticas de -1.0 x 10^{-16} C tienen una separación de 1.0 cm de centro a centro. a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas? b) ¿Cuántos electrones en exceso hay en cada gota, lo que le da su desequilibrio de carga?

5.- Dos partículas fijas, de carga $q_1 = 1.0\ \mu C$ y $q_2 = -3.0\ \mu C$ están a 10 cm de separación ¿A qué distancia de cada carga debe colocarse una tercera carga, de modo que sobre ella no actué una fuerza electrostática neta?

6.- Dos esferas conductoras idénticas, fijas en un lugar, se atraen entre sí con una fuerza electrostática de 0.108 N cuando están separadas por 50.0 cm de centro a centro. Las esferas se conectan entonces por un pequeño alambre conductor. Cuando esté se retira, las esferas se repelen entre sí con una fuerza electrostática de 0.1360 N. ¿Cuáles fueron las cargas iniciales de la esferas?

TEMA 2 CAMPO ELÉCTRICO.

- 2.1 El Campo Eléctrico.
- 2.2 Líneas de Campo.
- 2.3 El Campo Eléctrico debido a Cargas Puntuales.
- 2.4 El Campo Eléctrico debido a distribuciones Continuas de Carga.
- 2.5 La carga Eléctrica en un campo Eléctrico.

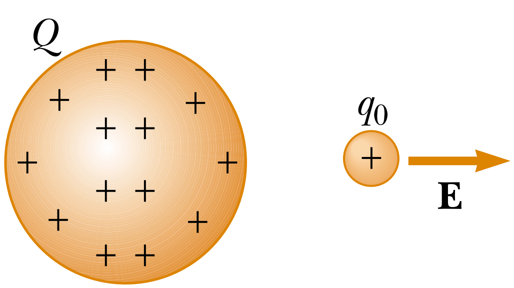
2.1 El campo eléctrico.

El concepto de campo se utiliza de manera indistinta para definir a una región (superficie plana o volumétrica) en la cual se presenta un fenómeno de características similares. La Fig. 2.1 muestra la imagen térmica de un globo aerostático donde existen zonas con distintas temperaturas, sin embargo están todas contenidas en un campo de temperatura. Si se imaginan las diferentes zonas de presión en la atmósfera terrestre, se estaría pensando en un campo de presión. Estos dos campos anteriores son campos escalares, ya que temperatura y presión son unidades escalares.

El campo eléctrico es un campo vectorial, está formado por una distribución de vectores, uno por cada punto de la región que rodea un objeto cargado.

Fig. 2.1 Campo de temperatura.

Para comenzar con el análisis, se puede definir el campo eléctrico en algún punto cerca de un objeto cargado, para ello se coloca una carga de prueba q_0 en el punto en que se desea determinar la magnitud del campo. Se determina la magnitud de la fuerza electrostática que actúa sobre la partícula de prueba debido al campo eléctrico y se calcula en campo utilizando la ec. (2.1)



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad \text{ec. (2.1)}$$

Fig. 2.2 Campo Eléctrico $\vec{E}$

donde *E* esta dado en $\dfrac{N}{C}$ en el SI

Entonces la magnitud del campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto de prueba es $E = F/q_0$ y la dirección de $\vec{E}$ es la de la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre la carga de prueba positiva; cómo se ilustra en la Fig. 2.2 se representa el campo eléctrico con un vector cuyo inicio está en q_0. Para definir el campo eléctrico en una región, se debe definir en todos los puntos de la región.

Cuando se utiliza la ecuación 2.1, se tiene que asumir que la magnitud de la carga de prueba q_0 es tan pequeña que no ocasiona alteraciones en el campo eléctrico que se intenta determinar. Entonces la magnitud del campo se puede determinar como:

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2} \qquad \text{ec. (2.2)}$$

Si *Q* es positiva, la dirección radial del campo será hacia afuera.
Si *Q* es negativa, la dirección radial del campo será hacia adentro.

A tener en cuenta

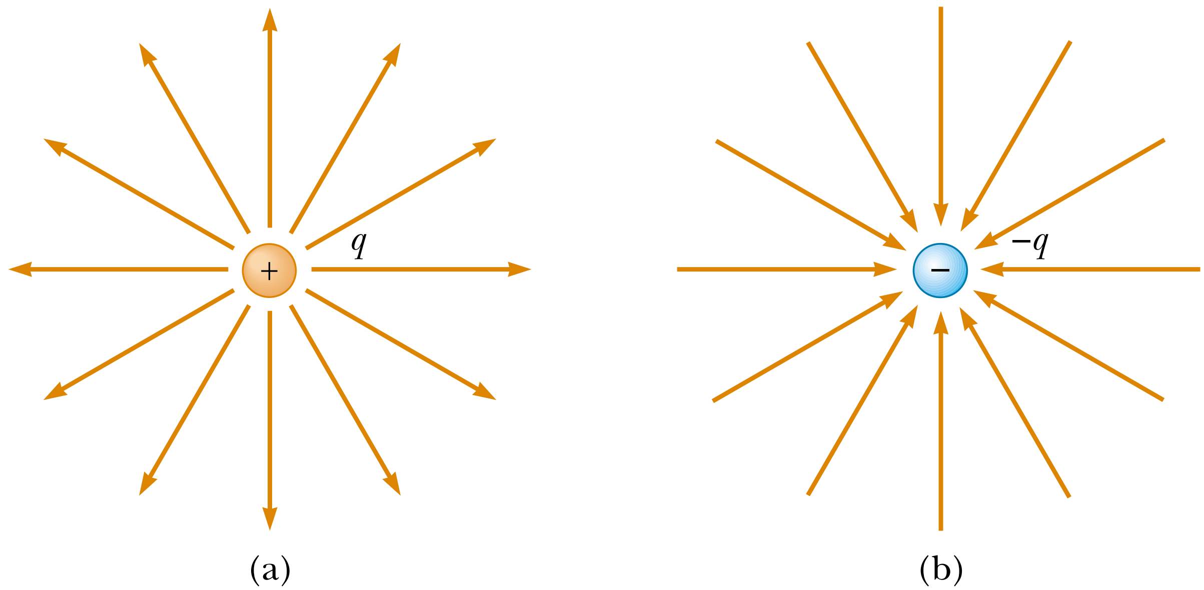


Fig. 2.3 Líneas de campo para, a) Carga positiva y b) Carga negativa.

La Tabla 2.1 muestra las magnitudes típicas de algunos de los campos eléctricos que comúnmente se pueden observar.

Tabla 2.1 Valores típicos de algunos campos eléctricos.	
Fuente	**E (N/C)**
Tubo de luz fluorescente	10
Atmosfera (buen tiempo)	100
Globo frotado en el cabello	1000
Atmosfera (En una tormenta)	10,000
Focopiadora	100,000
Chispa en el aire	> 3,000,000
Cerca de electron en atomo de hidrogeno	5×10^{11}

2.2 Líneas de campo.

La relación que existe entre vectores de campo y las líneas de campo se puede definir en dos puntos:

1) En cualquier punto, la dirección de una línea de campo o de la tangente a una línea de campo curva, da la dirección de $\vec{E}$ en ese punto.

2) Las líneas de campo se trazan de modo que el numero de líneas por unidad de área medido en un plano perpendicular a las líneas es proporcional a la magnitud de $\overrightarrow{E}$. Esto último significa que donde las líneas de campo este mas cercanas (mayor concentración de líneas) *E* es más grande y donde estén más alejadas será menor.

Actividad: Observar las aplicaciones de **iPad**.

2.3 El campo eléctrico debido a cargas puntuales.

Para encontrar el campo eléctrico debido a una carga puntual *Q* (partícula cargada) en cualquier punto ubicado a una distancia *r* de la carga puntual se aplica la ecuación 2.2 que vuelta a expresar queda como:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|Q|}{r^2} \qquad \text{ec. (2.3)}$$

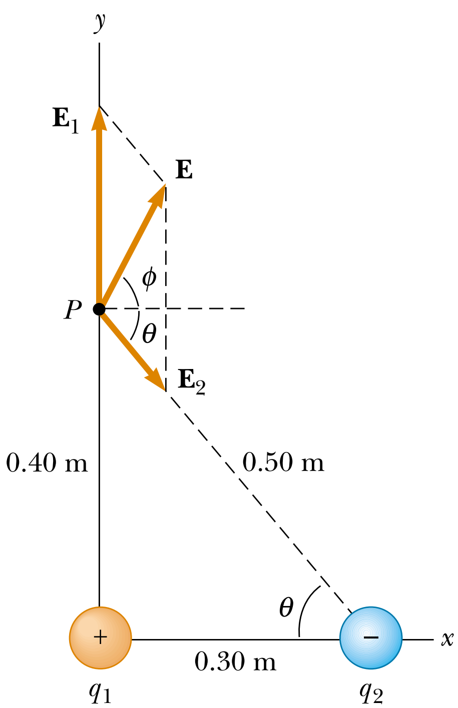
Y la Dirección de *E* será la misma de la fuerza electrostática *F*.

En el caso de que se tenga mas de una carga actuando sobre el punto de prueba donde se quiere determinar la intensidad del campo eléctrico (campo eléctrico neto) se logra como:

$$\overrightarrow{E}_{neto} = \frac{\overrightarrow{F}_0}{q_0} + \frac{\overrightarrow{F}_{01}}{q_0 1} + \frac{\overrightarrow{F}_{02}}{q_0 2} + \ldots + \frac{\overrightarrow{F}_{0n}}{q_0 n} \qquad \text{ec (2.4)}$$

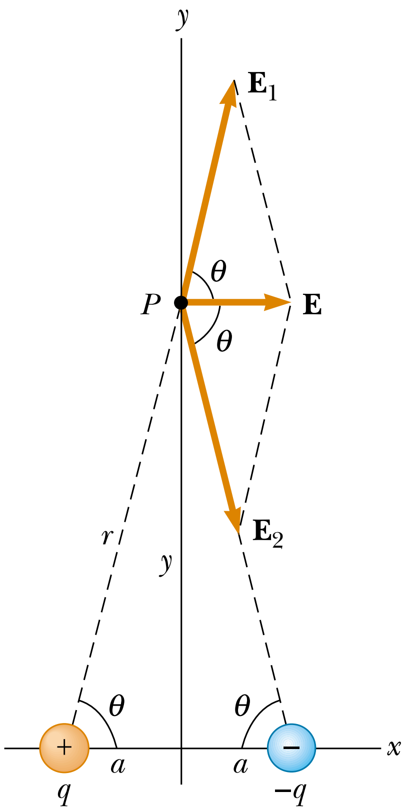
Ejemplo 2.1.

Una carga $q_1 = 7.0\ \mu C$ esta localizada en el origen y una segunda carga $q_2 = -5.0\ \mu C$ está localizada a 0.30m del origen; encontrar el campo eléctrico en el punto P que se encuentra en las coordenadas (0, 0.40) m.



Ejemplo 2.2.

El dipolo eléctrico se define como un par de cargas de la misma magnitud, una positiva q y una negativa $-q$ separadas por una distancia. Para el dipolo de la Fig. 2.4 encontrar la magnitud y dirección del campo eléctrico E en p, debido al dipolo, donde p está a una distancia tal que $y >> a$



Del ejemplo anterior se desprende la ecuación 2.5

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{q2a}{y^3} \qquad \text{ec. (2.5)}$$

donde:

2a es la distancia entre los centros de las dos cargas que generan el dipolo.
el producto *q2a*, se le conoce como el momento de dipolo y se denota como *P*

Si a la ecuación 2.5 le sustituimos la variable de momento del dipolo y se sustituye la variable *y* para para evitar confusiones con el eje y, se tiene la ecuación 2.6

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{P}{s^3} \qquad \text{ec. (2.6)}$$

donde: *P* momento del dipolo
s distancia del centro del dipolo al punto de prueba.

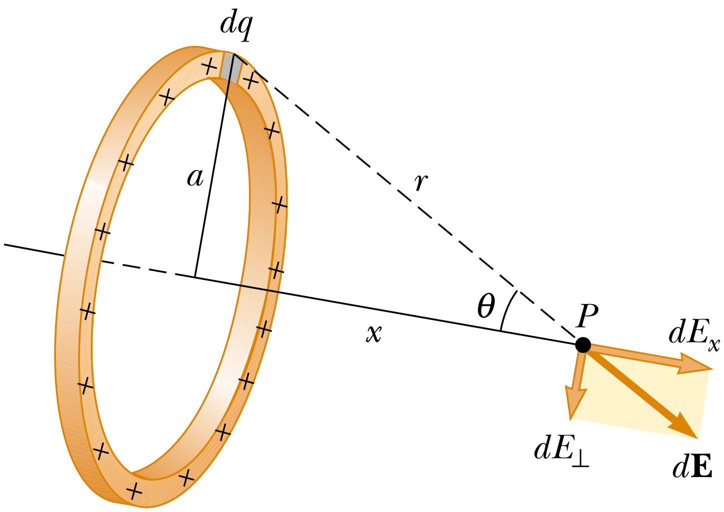
2.4 El campo eléctrico debido a distribuciones de carga continuas.

Caso 1 El campo eléctrico debido a una línea de carga.

Hasta el momento se ha considerado el campo debido a una o varias cargas puntuales, ahora se considerará el efecto de miles o millones de cargas puntuales confinadas en un mismo objeto y separadas por una distancia muy pequeña entre si, dispersas a lo largo de una superficie o dentro de un volumen; a este tipo de distribuciones se les llama *continuas*.

En un objeto con una distribución de carga continua las cargas estarán separadas entre si por una distancia que dependerá del número de cargas, es decir que es necesario poner en perspectiva la necesidad de definir cuantas cargas por unidad de área están contenidas. Este concepto es la *Densidad de Carga (λ)* cuya unidad en el SI es el C/m (Coulomb por metro).

Así se pueden encontrar formulas generales para distintos tipos de líneas de carga, anillo:



$$E = \int dEcos\theta = \frac{x\lambda}{4\pi\epsilon_0(x^2+a^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi a} ds = \frac{2\lambda(2\pi a)}{4\pi\epsilon_0(x^2+a^2)^{3/2}} \quad \text{ec. (2.7)}$$

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(x^2+a^2)^{3/2}} \quad \text{ec. (2.8)}$$

En el caso de que el anillo se encuentre a una distancia muy grande de x >> a, la ec (2.9) se puede sobre escribir como:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \qquad \text{ec. (2.10)}$$

Campo en una barra cargada:

$$E = \int_a^{l+a} k_e \frac{k_e\lambda}{x^2} dx \qquad \text{ec. (2.11)}$$

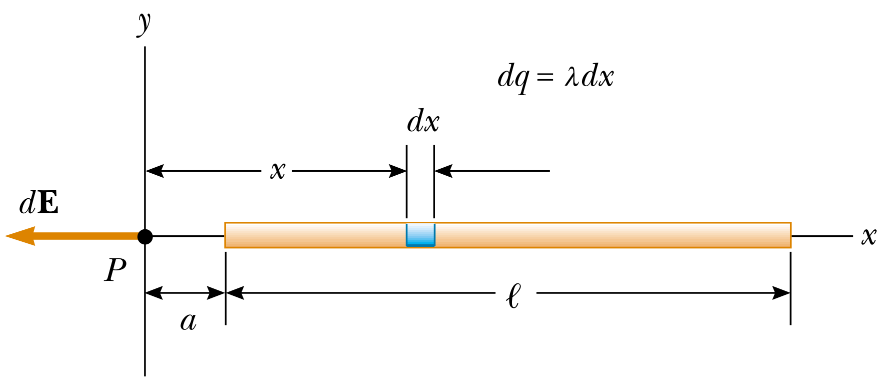
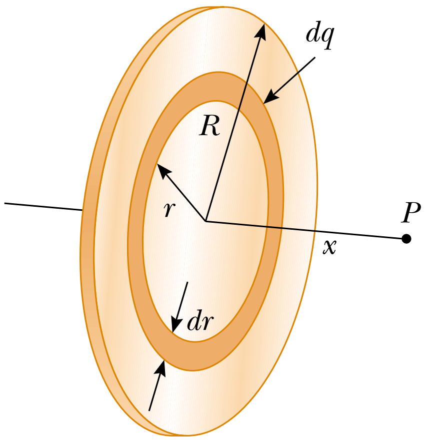


Fig. 2.7 Barra Cargada

$$E = \frac{k_e Q}{a(l+a)} \qquad \text{ec. (2.12)}$$

Campo en un disco uniformemente cargado:



$$E = kx\pi\lambda \int_0^R \frac{2r}{(x^2 + r^2)^{3/2}} dr \qquad \text{ec. (2.13)}$$

$$E \simeq 2\pi k\lambda \simeq \frac{\lambda}{2\epsilon_0} \qquad \text{ec. (2.14)}$$

ıdo

Donde λ es la densidad de carga.

2.5 La Carga Eléctrica en un Campo Eléctrico.

Cuando se coloca una carga puntual cargada dentro de un campo eléctrico estático o que se mueve muy lentamente se produce un efecto de atracción o repulsión electrostático donde la magnitud de esta fuerza de determina con la ecuación (2.13) la cual se puede igualar a la fuerza de gravedad y de esa expresión obtener la ecuación de aceleración de la partícula debido al campo eléctrico externo:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} \qquad \text{ec. (2.13)}$$

Como $F = ma$, la aceleración de la partícula en el campo es:

$$a = \frac{qE}{m} \qquad \text{ec. (2.14)}$$

Ejemplo (conceptual) 2.3.

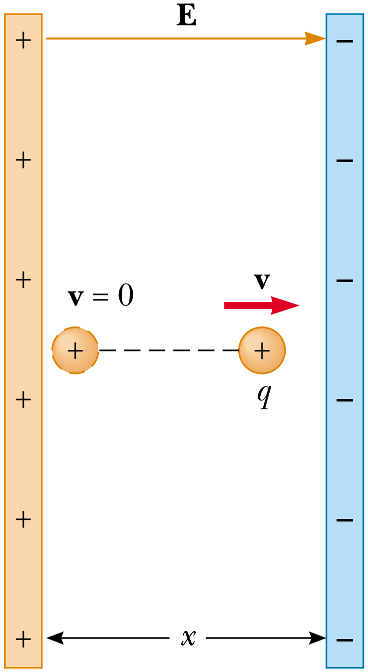


Fig. 2.8

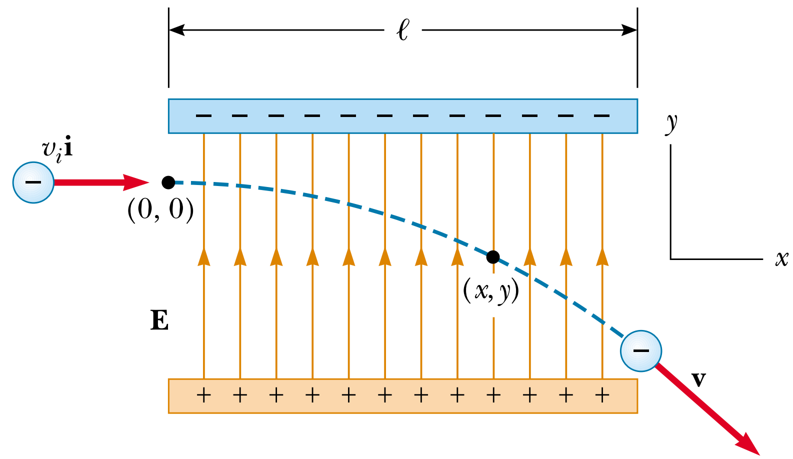


Fig. 2.9 Carga en un campo eléctrico uniforme

Ejemplo 2.4.

Un electrón entra en una región de un campo eléctrico uniforme como el que se muestra en la Fig 2.9 con una velocidad inicial de 3.0×10^6 m/s y la intensidad del campo es de $E = 200$ N/C. La distancia horizontal es $l = 0.1m$. Encontrar la aceleración del electrón mientras este se encuentra en el campo eléctrico.

Actividad de Tarea 2

a) Investigue 3 procesos de aplicación que involucren el movimiento de partículas cargadas dentro de un campo eléctrico.

b) Resuelva los siguiente ejercicios:

2.1.- ¿Cuál es la magnitud de una carga puntual que crearía un campo eléctrico de 1.0 N/C en los puntos situados a 1.0 m de distancia?

2.2.- Un isotopo de plutonio 239 tiene un radio nuclear de 6.64 fm y un número atómico Z = 94. Si se supone que la carga positiva está distribuida de manera uniforme dentro del núcleo, ¿Cuales son las magnitud y dirección del campo eléctrico en la superficie del núcleo debido a las cargas positivas?

2.3.- Tres cargas puntuales están localizadas en la esquinas de un triangulo equilátero como se muestra en la Fig. 2.10. Calcular la fuerza eléctrica neta en la partícula de carga 7.0 μC.

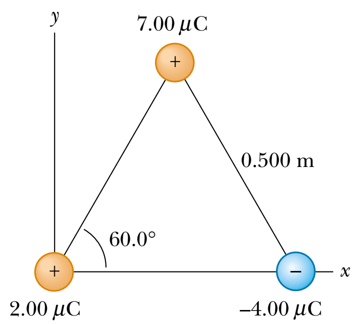


Fig. 2.10 Problema 2.3.

2.4.- Cuatro cargas puntuales se encuentran en las esquinas de un cuadrado de lado a, como se muestra en la Fig 2.11. a) Determinar la magnitud y dirección del campo en la ubicación de la carga q b) ¿Cuál es la resultante de fuerza en q?

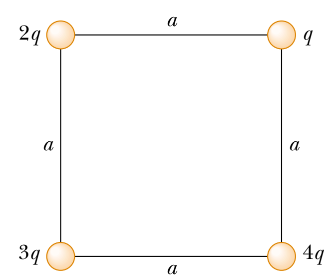


Fig. 2.11 Problema 2.4.

2.5.- Considere el dipolo mostrando en la Fig. 2.12 y muestre que el campo eléctrico debido al dipolo en un punto P ubicado a lo largo del el eje x es $E_x \simeq \dfrac{4kqa}{x^3}$.

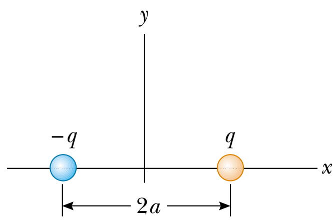


Fig. 2.12 Problema 2.5

2.6.- Un disco de 2.5cm de radio tiene una densidad de carga superficial de 5.3 μC/m^2 sobre su cara superior. ¿Cuál es la magnitud el campo eléctrico producido por el disco en el punto sobre su eje central a una distancia de 12 cm del disco?

2.7.- Un electrón se suelta desde el reposo en un campo en eléctrico uniforme de magnitud igual a 2.0 x 10^4 N/C. Calcule la aceleración del electrón (desprecie la fuerza de gravedad).

2.8 Calcule la magnitud de la fuerza debida a un dipolo eléctrico de momento de dipolo de 3.6 x 10^{-29} C·m sobre un electrón situado a 25 nm del centro del dipolo a lo largo del eje del dipolo. Suponga que la distancia es grande en comparación con la separación de la carga del dipolo.

TEMA 3 LEY DE GAUSS.

3.1 Flujo Eléctrico.
3.2 La Ley de Gauss.
3.3 Aplicaciones de la Ley de Gauss.

3.0 Introducción

En el tema anterior se mostró cómo utilizar la Ley de Coulomb para calcular el campo eléctrico generado por una distribución de carga dada. En este tema se mostrara cómo y en qué casos utilizar la Ley de Gauss como una alternativa para el calculo de los campos eléctricos. Esta se puede emplear para aprovechar las situaciones especiales de simetría. Equivale en todo a la Ley de Coulomb, por lo que la aplicación de una o de otra depende de las condiciones del ejercicio planteado.

La Ley de Gauss se centra en un a superficie cerrada hipotética llamada superficie de Gauss (Ver Fig. 3.1). La cual puede tener la forma que sea necesaria, aunque siempre tendrá que ser cerrada para poder distinguir claramente entre los puntos que se encuentran dentro a los que están ubicados fuera. Las superficies de Gauss mas útiles, serán aquellas que tengan una marcada forma simétrica (cilindros, esferas, cubos).

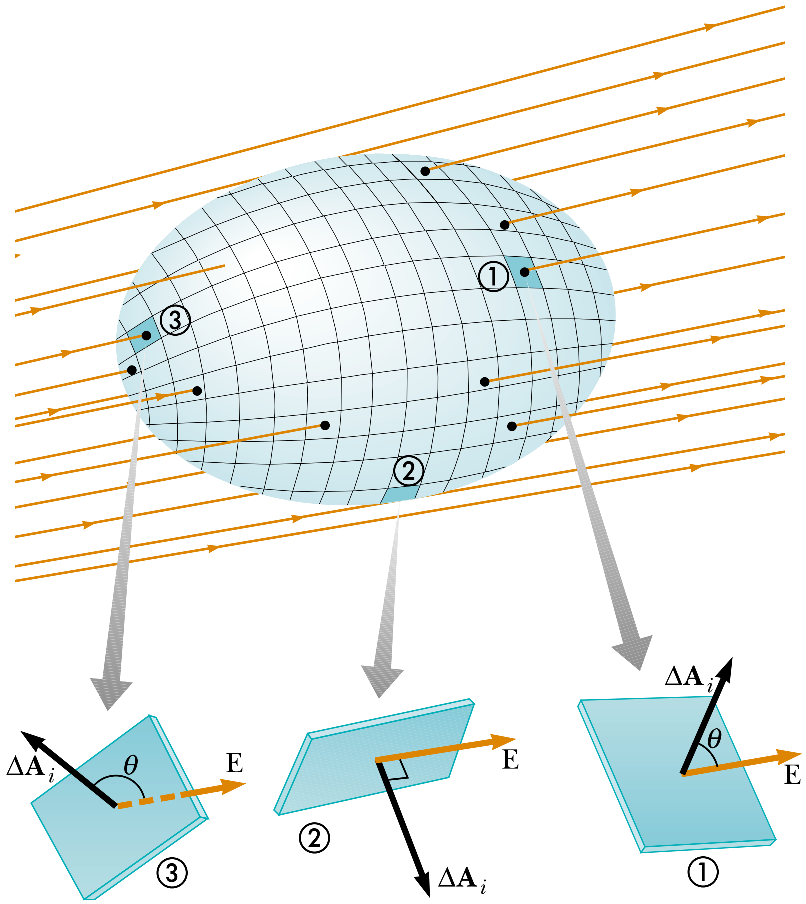


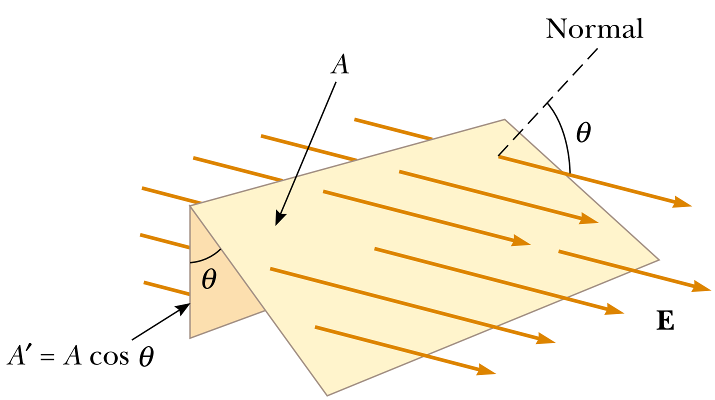
Fig. 3.1 Superficie Gaussiana.

La Ley de Gauss relaciona los campos eléctricos en puntos sobre una superficie de Gauss (cerrada) y la carga neta encerrada dentro de la superficie.

A tener en cuenta

3.1 Flujo Eléctrico.

El concepto de líneas de campo que fue descrito de manera cualitativa en el Tema 2.2, es ahora utilizado para mostrar el concepto de *flujo eléctrico* o las líneas de campo eléctrico de una manera cuantitativa.



Considere un campo eléctrico uniforme, tanto en magnitud como en dirección como se muestra en la Fig. 3.2. Las líneas de campo penetran la superficie rectangular de área A´. El número de líneas por unidad de área (densidad de líneas de campo) es proporcional a la magnitud del campo eléctrico. Por lo tanto el número de líneas que penetran la superficie perpendicular es proporcional al producto *EA´*. Este producto es la magnitud del campo eléctrico *E* en una superficie de área *A´*.

$$\Phi_E = EA' \qquad \text{ec (3.1)}$$

Fig. 3.2 Líneas de campo penetrando una superficie.

En la Fig. 3.2 se aprecia que para la superficie A esta inclinada en un ángulo θ respecto de A´. Sin embargo las líneas de campo E que cruzan su área son las mismas. Por lo tanto se puede inferir que el flujo eléctrico Φ_E es él mismo en las dos superficies, resultado la ecuación (3.2).

$$\Phi_E = EA' = EAcos\theta \qquad \text{ec (3.2)}$$

donde: θ es el ángulo entre el campo E y la normal de la superficie, en este caso, la normal de A.

El análisis anterior funciona perfectamente para superficies totalmente planas, sin embargo, si la superficie es curvada e irregular como se ilustra en la Fig. 3.3. Entonces, si se quiere determinar la magnitud del flujo eléctrico que cruza el total de la superficie, se tienen que tomar superficies de área ΔA lo suficiente mente pequeñas para que se puedan considerar planas y que la ecuación (3.2) sea aplicable.

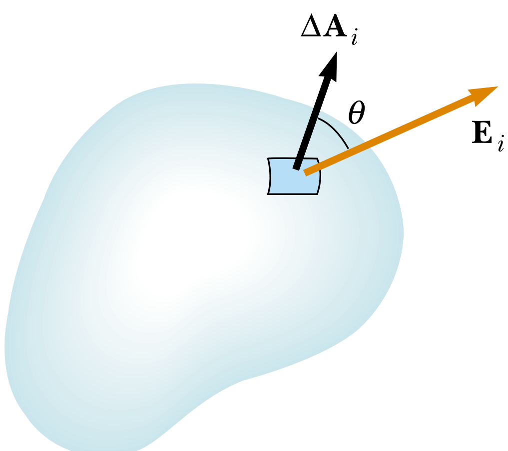


Fig. 3.3.

$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i cos\theta = E_i \cdot \Delta A_i \qquad \text{ec (3.3)}$$

$$\Phi_E = \int_0^{superficie} E \cdot dA \qquad \text{ec (3.4)}$$

donde la integral está dada en toda la superficie para determinar el flujo total.

Ejemplo 3.1.

Considere una campo eléctrico uniforme E que esta orientado en la dirección del eje *x* positivo, encuentre el flujo total que atraviesa la superficie cubica de la Fig 3.4 que tiene de longitud por lado *l* (ele).

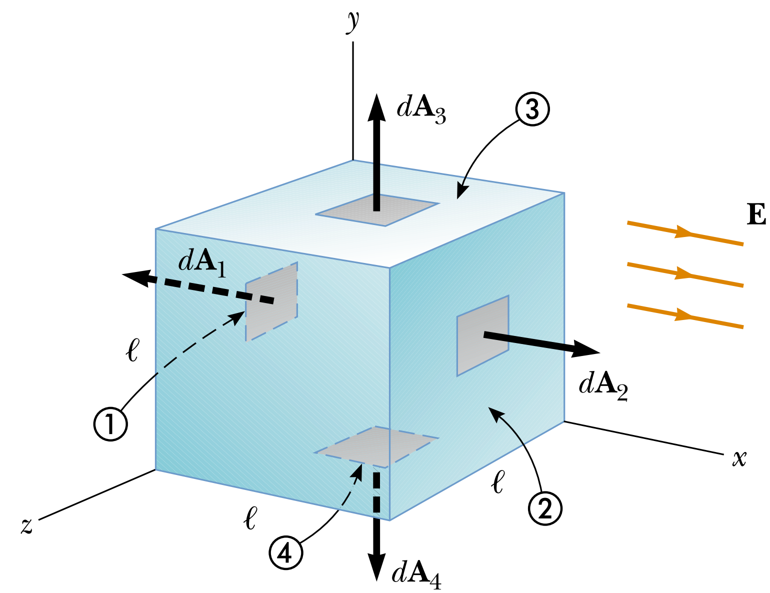


Fig 3.4 Ejemplo 3.1

3.2 La Ley de Gauss.

La ley de Gauss se basa en un concepto que ahora se tiene totalmente al alcance, que es del *Flujo Neto* o el flujo total que esta cruzando una superficie cerrada. Si se tiene que dentro de esta superficie existe una carga con un valor de carga q_{enc} se puede escribir la ecuación de la Ley de Gauss como:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad \text{Ley de Gauss} \qquad \text{ec. (3.5)}$$

Es decir que si el flujo Neto que está siendo atravesado por una superficie cerrada es diferente de cero, implicará que existe una carga encerrada dentro de esa superficie.

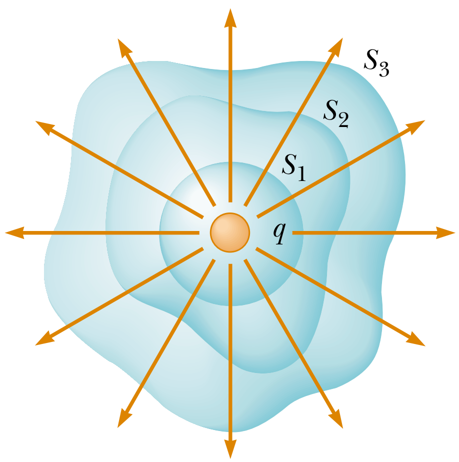


Fig. 3.5

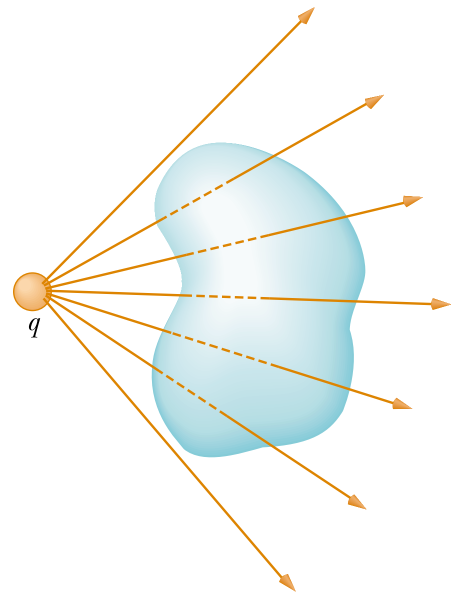


Fig 3.6

Analizando las Fig 3.5 y 3.6, se puede observar que es necesaria una generalización de la Ley de Gauss para cualquier forma de superficie cerrada, por lo que se obtiene la ecuación (3.6).

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} \qquad \text{ec. (3.6)}$$

El flujo eléctrico neto en una superficie cerrada es igual a cero, si no existe una carga dentro de la superficie gaussiana.

A tener en cuenta

3.3 Aplicaciones de la Ley de Gauss.

La Ley de Gauss se puede utilizar para determinar la magnitud de campos eléctricos cuando la distribución de la carga se caracteriza por tener un alto grado de simetría. Por lo tanto si se quiere aplicar la ecuación (3.6) es fundamental la correcta elección de la superficie gaussiana que proporcione las mejores características de simetría según la distribución de carga que se pretenda observar. Algunas de estas superficies pueden ser mostradas en base a los siguientes ejemplos:

Campo eléctrico debido a una carga puntual.

Para esta distribución de carga se puede seleccionar una superficie gaussiana que sea una esfera con centro, en el centro de la partícula cargada, cómo se ilustra en la Fig. 3.7.

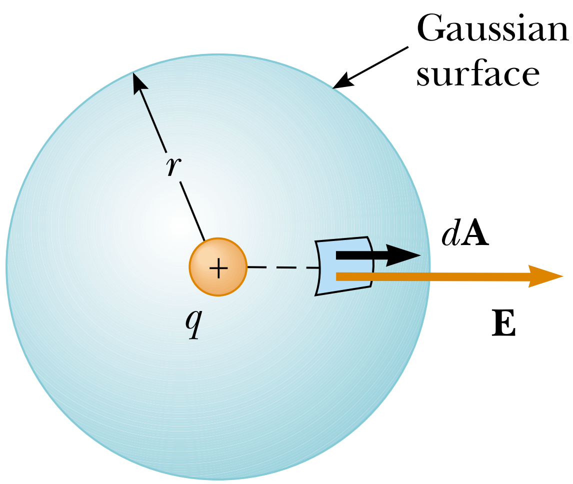


Fig. 3.7.

Distribución de carga cilindrica.

Una distribución de carga en un conductor o varilla como se ilustra en la Fig. 3.8; se puede analizar mediante una superficie Gaussiana de Forma cilíndrica cuyo eje central corresponda al centro del cuerpo cargado.

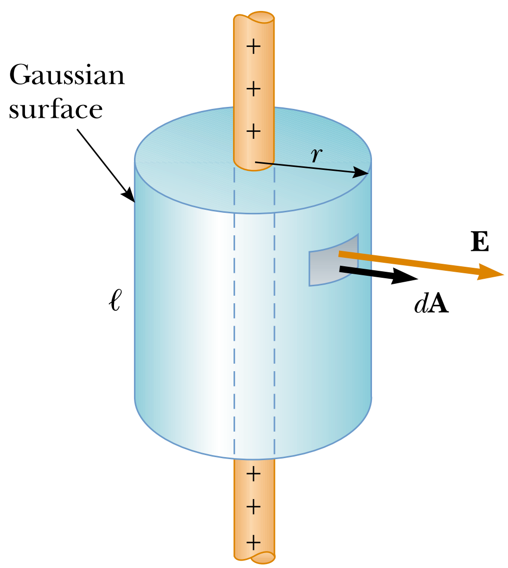


Fig. 3.8

Distribución de carga en un plano no conductor.

En este caso la carga se encuentra en un plano no conductor, por lo que lo mas conveniente será seleccionar una superficie Gaussiana que tenga superficies paralelas al plano cargado, como podría ser un cilindro o una forma cubica. En la Fig. 3.9 se muestra con un cilindro.

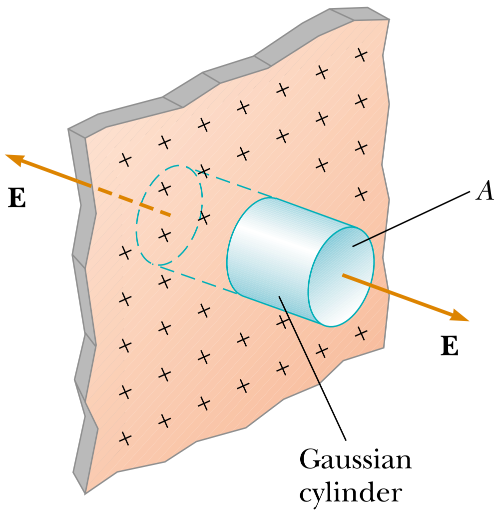


Fig. 3.9

Actividad de Tarea 3

a) Investigue y describa dos procesos reales en los cuales se utiliza la Ley de Gauss para determinar el Flujo eléctrico o la carga dentro de un espacio.

b) Resuelva los siguiente ejercicios.

3.1.- Un campo eléctrico con una magnitud de *3.5 kN/C* esta siendo aplicado a lo largo del eje x. Calcular el flujo eléctrico a través de un plano rectangular de *0.30 m* de ancho y *0.8 m* de largo si **a)** El plano es paralelo a los eje *yz*; **b)** El plano es paralelo a los ejes *xy*; **c)** El plano se encuentra sobre el eje y su normal tiene un ángulo de 40º con el eje *x*.

3.3.- Considere una caja rectangular cerrada a través de la cual cruza un flujo eléctrico uniforme de magnitud *7.80 x 10⁴ N/C* mostrado en la Fig. 3.10 Calcule el flujo eléctrico a través de **a)** El rectángulo vertical **b)** la cara inclinada de la caja **c)** a través de la caja completa.

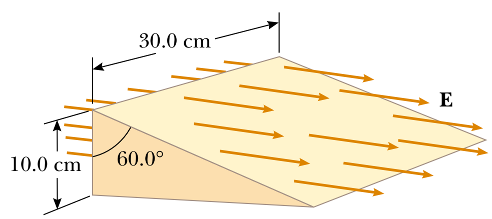


Fig. 3.10 Problema 3.3.

3.2.- Sobre la superficie de la tierra en un día de tormenta existe un campo eléctrico vertical con una magnitud de 2.0 x 10^4 N/C. Si un vehículo rectangular de 6 m por 3 m viaja a lo largo de una autopista que tiene una inclinación de 10º. Determinar el flujo eléctrico que pasa a través del vehículo.

3.4.- Una pirámide de base cuadrada de *6 m* por lado y una altura de *4 m* esta localizada dentro de un campo eléctrico vertical de *52.0 N/C*. Calcular el flujo eléctrico total que pasa a través de la pirámide.

3.5.- Tres cargas se encuentran en el espacio, donde se estudian cuatro superficies Gaussianas, como se ilustra en la Fig. 3,11. Encuentre el campo eléctrico a través de cada una de las superficies.

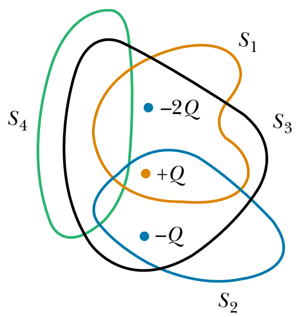


Fig. 3.11 Problema 3.5

3.6.- Una Carga puntual de 1.8 μC está en el centro de una superficie cúbica de Gauss de 55 cm de arista. ¿Cuál es el flujo eléctrico neto que pasa por la superficie?

3.7.- Una carga puntual localizada justo por encima del centro de la cara cara plana de una semi-esfera de radio R cómo se muestra en la Fig. 3.12. Encontrar la magnitud del flujo eléctrico a) a través de la superficie curvada; b) a través de la superficie plana.

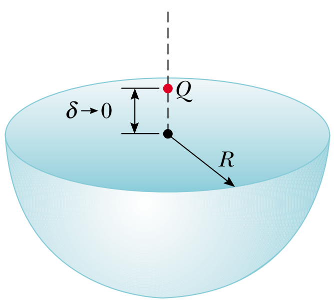


Fig. 3.12 Problema 3.7

3.8 Una esfera aislada de *8.0 cm* de diámetro contiene una carga distribuida de manera uniforme de *5.70 μC* en el interior de su volumen. Calcule la carga encerrada por una esfera concéntrica con radio de **a)** *r = 2.0 cm*; **b)** *r= 6.0 cm*.

Tema 4. POTENCIAL ELÉCTRICO.

4.0 Introducción.

La fuerza que se estudio en el Tema 2 en la Ley de Coulomb es una fuerza conservativa, por lo que el fenómeno electrostático puede ser descrito en términos de una energía de potencial eléctrico. Lo anterior permite expresar el potencial eléctrico con cantidades escalares.

4.1 Energía de Potencial Eléctrico.

La Ley de Newton para la fuerza gravitacional y la Ley de Coulomb para la fuerza electrostática son matemáticamente idénticas, por lo tanto las características generales que existen para la fuerza gravitacional se deben poder aplicar para la fuerza electrostática. Como ya se menciono, la fuerza electrostática es una fuerza conservativa, por lo tanto cuando una fuerza actúa entre dos o mas partículas en un sistema de partículas se puede asignar un valor de E*nergía Potencial* **U** al sistema. Ademas, si las partículas no están fijas, existirá un estado inicial y un estado final, por lo que también se puede hablar de un *Trabajo* **W** sobre las partículas. Lo anterior se puede describir con la ecuación (**4.1**).

$$\Delta U = U_f - U_i = -W \qquad \textbf{ec (4.1)}$$

Al igual que con otras fuerzas conservativas, el trabajo realizado por la fuerza electrostática es independiente de la trayectoria. Es decir, que no importa el camino por el que se haya movido la partícula bajo estudio desde un punto *inicial* i, hasta un punto *final* f, siempre y cuando el resto del sistema no cambie, el trabajo W realizado por la fuerza es el mismo para todas las trayectorias entre los puntos i y f. Esto puede ser expresado por la ecuación (**4.2**). Por lo cual la energía eléctrica potencial se considera como otro tipo de energía mecánica, donde si el sistema es cerrado, la energía mecánica del sistema se conserva.

$$\Delta U = -q_0 \int_i^f E \cdot ds \qquad \text{ec (4.2)}$$

4.2 Potencial Eléctrico.

La energía potencial de una partícula cargada depende de la magnitud de la carga. Sin embargo la energía potencial por carga unitaria tiene un valor único en cualquier punto de un campo eléctrico. A la energía potencial por carga unitaria en un punto de un campo eléctrico se le llama **Potencial Eléctrico** V en ese punto. Entonces, el potencial eléctrico en cualquier punto en un campo eléctrico es:

$$V = \frac{U}{q} \qquad \text{ec (4.3)}$$

La diferencia de potencial eléctrico ΔV entre dos puntos cualesquiera i y f en un campo eléctrico, es igual a la diferencia de energía potencial por carga unitaria entre los puntos:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{W}{q} \qquad \textit{Diferencia de Potencial Definida} \qquad \text{ec (4.4)}$$

$$\Delta V = -\int_i^f E \cdot ds$$ *Potencial Definido* ec (4.5)

Esta ecuación se puede resolver para expresar la *diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme*, quedando:

$$\Delta V = -E\int_i^f ds = Ed$$ ec (4.6)

El Potencial Eléctrico V $\left(\frac{Joules}{Coulomb}\ o\ Volts\right)$ **y la Energía Potencial Eléctrica U** $(Joules)$ **son cantidades muy diferentes y no deben ser confundidas.**

A tener en cuenta

El *potencial eléctrico* es un propiedad de un campo eléctrico, sin considerar si un objeto cargado se ha colocado en ese campo.

La *energía potencial* es la energía de un objeto cargado en un campo eléctrico externo o expresado de otra manera, la energía del sistema formado por el objeto y el campo eléctrico externo.

4.3 Superficies Equipotenciales.

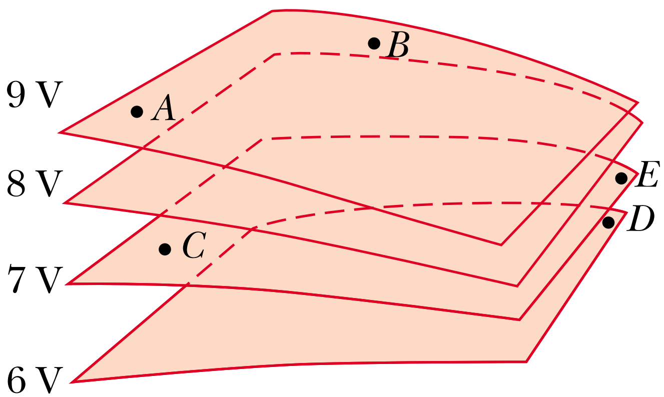


Fig. 4.1 Superficies Equipotenciales.

Una serie de puntos adyacentes con el mismo potencial eléctrico, forman un superficie equipotencial, esta superficie equipotencial puede ser imaginaria o puede ser real (Como en el caso de un capacitor).

Un campo eléctrico no realiza trabajo W sobre una partícula cargada cuando la partícula se mueve entre dos puntos *i* y *f* y ambos puntos están sobre una misma superficie equipotencial según se comprueba en la ecuación (4.4), lo que indica que si $V_f = V_i$ el trabajo debe ser cero. Es importante recalcar que aunque en su trayectoria la partícula cruce por otras superficies equipotenciales el trabajo seguirá siendo cero.

Cualquier desplazamiento de una partícula, donde V_f *sea diferente de* V_i implicara que se realizo un trabajo dado por la ecuación (4.4)

Ejemplo 4.1.

Una batería es capaz de producir una diferencia de potencial especifica entre sus terminales de *12 V*. Si sus terminales se conectan entre dos placas paralelas con una distancia de *0.30 cm* entre ellas como se observa en la Figura 4.1 y se asume que la distribución de cargan las placas es uniforme, encontrar la intensidad de campo eléctrico entre ellas.

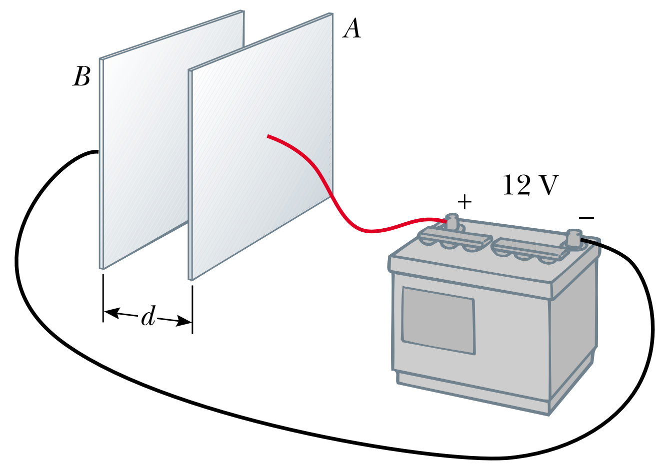


Fig. 4.2 Placas cargadas

Ejemplo 4.2.

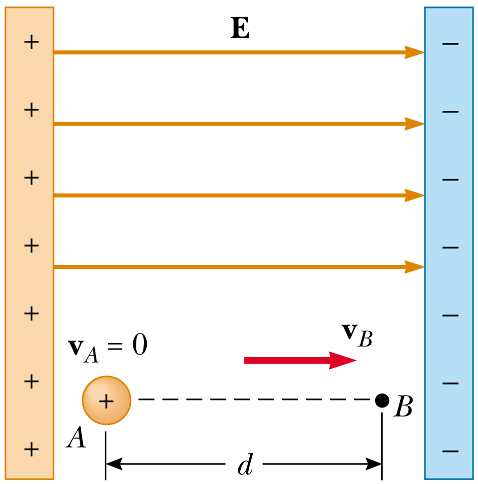
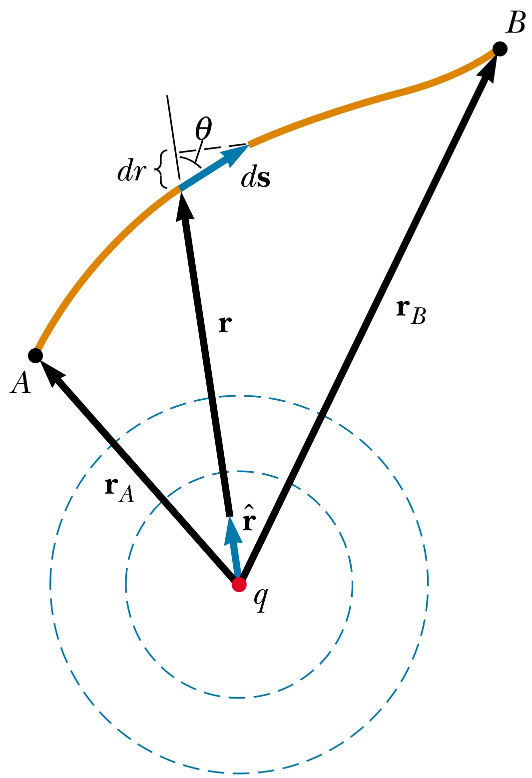


Fig. 4.3.

Un Protón es colocado dentro de un campo eléctrico uniforme con una magnitud de *8.0 x 10⁴ V/m*. Considere que el protón se mueve una distancia *d = 0.50 m* como se ilustra en la Figura 4.3. Encuentre el cambio del potencial eléctrico entre el punto A (inicio del movimiento) y el punto B (final del movimiento)



Cuando se tiene una partícula cargada aislada, se presentan zonas equipotenciales a su alrededor determinadas por la magnitud del radio respecto al centro de la partícula, como se muestra en la Figura 4.4. Para encontrar las diferencias de potencial entre dos puntos cuales quiera A y B se puede utilizar la ecuación (4.7).

$$V_B - V_A = -\int_A^B E \cdot ds \qquad \text{ec (4.7)}$$

Solucionando la ecuación (4.7), evaluando y sustituyendo $E \cdot ds = \dfrac{k_e q}{r^2}$ resulta la ecuación (4.8), que puede ser también escrita para un solo punto a una distancia r como (4.9).

$$V_B - V_A = -\int E_r dr = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \left[\frac{k_e q}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right] \qquad \text{ec. (4.8)}$$

Fig. 4.4 V entres puntos A y B

$$V = k_e \frac{q}{r} \qquad \text{ec. (4.9)}$$

Nota: Ver aplicación en iPad

4.4 Determinación del Potencial Eléctrico.

El campo eléctrico E y el potencial eléctrico V están relacionados por la ecuación (4.10). Por lo que es posible determinar el valor del potencial eléctrico conociendo la intensidad del campo en cierta región.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = \int_A^B E \cdot ds \qquad \text{ec (4.10)}$$

La distribución de la carga en un cuerpo puede complicar o facilitar la obtención del potencial eléctrico o la variación del potencial de un punto a otro. Por ejemplo, si el campo eléctrico tiene solamente componentes en el eje x (ver Figura 4.5 a)) la diferencia de potencial dv entre dos puntos puede ser expresada como:

$$dV = -E_x \cdot dx \qquad \text{ec. (4.11)}$$

Si el potencial tiene una simetría esférica como en la Figura 4.5 b), el potencial eléctrico solo dependerá de la distancia radial r. Entonces, el campo eléctrico se puede determinar como:

$$E_r = \frac{k_e q}{r^2} \qquad \text{ec. (4.12)}$$

Sin embargo si el campo y las superficies equipotenciales son producidas por superficies o cargas de formas irregulares, el campo eléctrico y el potencial eléctrico tendrán componentes en los ejes *x*, *y* y *z*.

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad \text{ec. (4.13)}$$

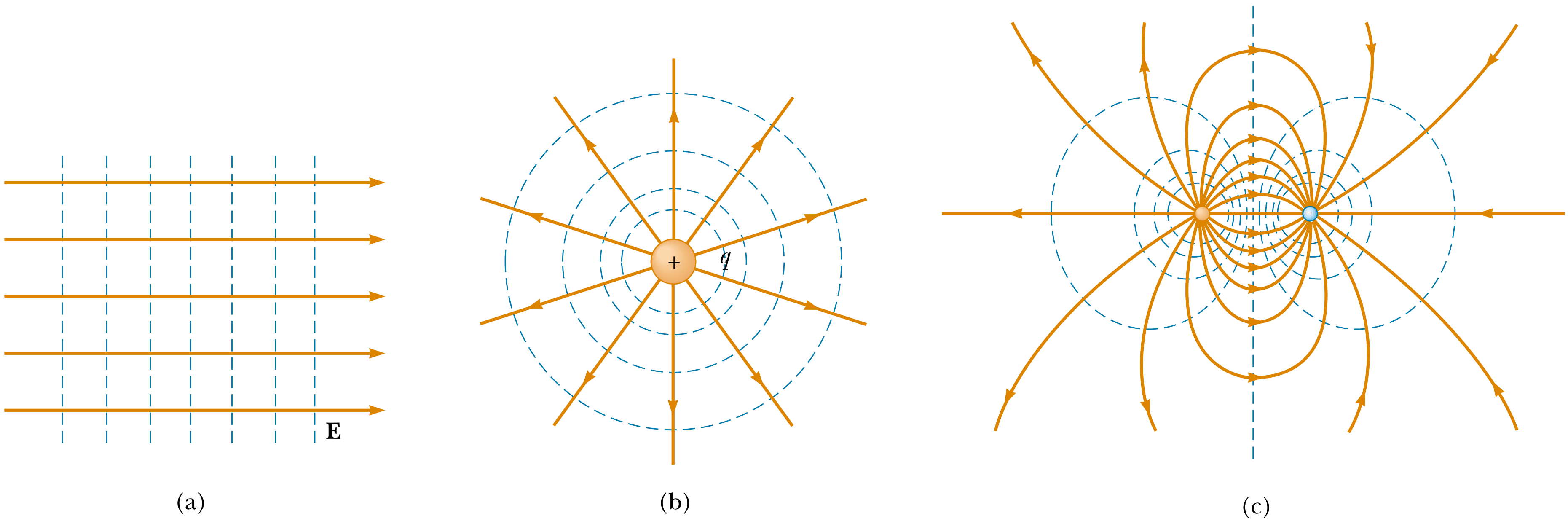


Fig. 4.5 Distintas superficies equipotenciales y sus líneas de campo eléctrico.

Por ejemplo para la Figura 4.5 c), la ecuación que determina el potencial eléctrico en un punto está dada por $V = 3x^2y + y^2 + yz$, entonces para el eje x

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y + y^2 + yz)$$

Ejemplo 4.3.

Un dipolo eléctrico consiste de dos cargas de igual magnitud y de signo opuesto que están separadas por una distancia *2a* como se muestra en la Fig. 4.6. El dipolo esta ubicado a lo largo del *eje x* y para facilitar el análisis, se coloca el centro del dipolo en el origen. a) Determinar la magnitud del potencial eléctrico en el punto *P*. b) Calcular V y E_x en un punto lejos del dipolo.

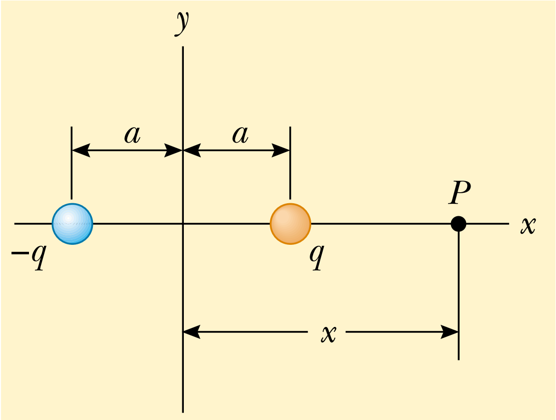
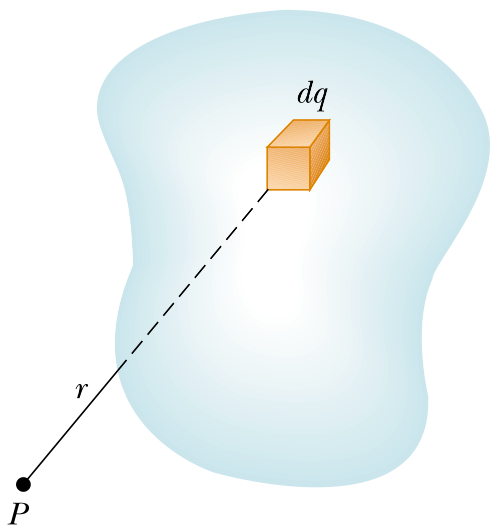


Fig. 4.6 Dipolo eléctrico.

Potencial eléctrico debido a cargas de distribución continuas.



Se puede calcular el potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua de dos maneras. Si se conoce la distribución de carga, se comienza con la ec. (4.9). El potencial eléctrico *dV* en un punto *P* divido a un cuerpo cargado *dq* es:

$$dV = k_e \frac{dq}{r} \qquad \text{ec. (4.14)}$$

Por lo tanto si existen n elementos con carga dq, la ec. (4.14) puede ser utilizada para encontrar el potencial eléctrico integrando para toda la extensión del cuerpo cargado.

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \qquad \text{ec. (4.15)}$$

Fig. 4.7. Potencial en P

Si el campo eléctrico se conoce por otras consideraciones como puede ser la Ley de Gauss, se puede calcular la magnitud del potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua utilizando la ec. (4.5). Por lo que si se sabe que la distribución de carga es altamente simétrica, se puede determinar primero la magnitud del campo eléctrico *E* en el punto *P* utilizando la Ley de Gauss y entonces sustituir el valor encontrado en la ecuación (4.5).

Ejemplo 4.4.

Encontrar la expresión para el potencial eléctrico en un punto *P* localizado en el eje perpendicular al centro de un anillo con carga uniforme de radio *a* y cuya carga total es *Q*.

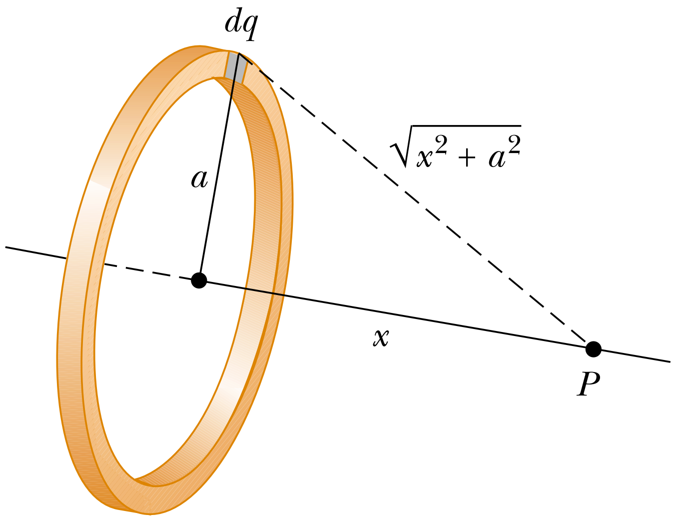
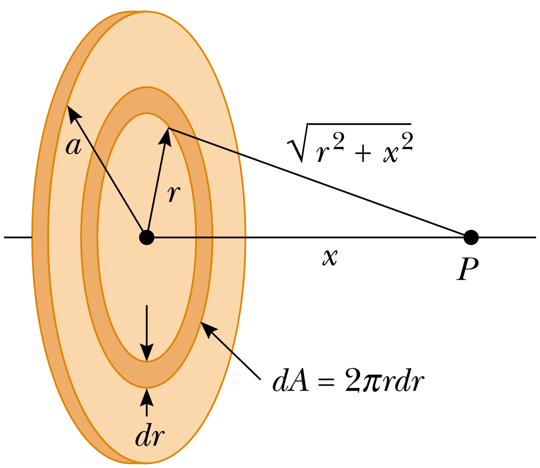


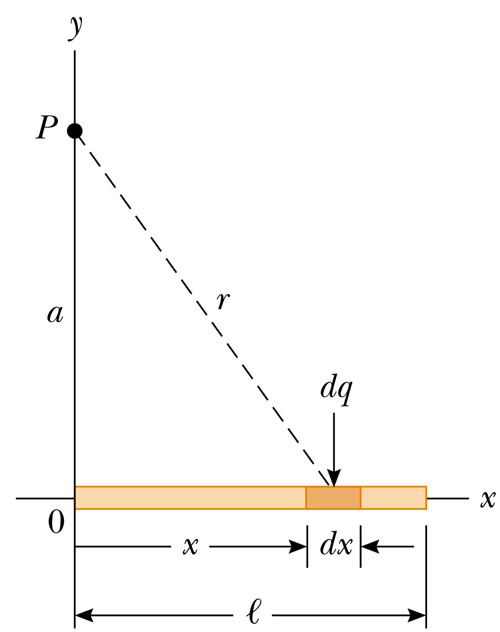
Fig. 4.8 Potencial debido a un anillo.

Para el caso de un disco y una barra con carga uniforme como el que se muestra en la Fig. 4.9 y 4.10 las ecuaciones del potencial V en el punto P se pueden calcular utilizando la ec. (4.17) y (4.19).



$$V = \pi k_e \rho \int_0^a \frac{2r\ dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$ ec. (4.16)

$$V = 2\pi k_e \rho [(x^2 + a^2)^{1/2} - x]$$ ec. (4.17)



$$V = k_e \frac{Q}{\ell} \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$ ec. (4.18)

$$V = \frac{k_e Q}{\ell}\ ln \left(\frac{\ell + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right)$$ ec. (4.19)

4.5 Relaciones del Campo Eléctrico y el Potencial Eléctrico.

En la sección anterior se encontró la magnitud de potencia eléctrico en un punto *P*, si se conoce el campo eléctrico a lo largo de la trayectoria directa desde un punto de referencia hasta el punto *P*. Sin embargo es posible determinar la intensidad del campo eléctrico en función al potencial eléctrico presente como ya se hizo en el ejemplo 4.1 y en sección anterior. Por lo que las ecuaciones para relacionar el campo eléctrico y el potencial eléctrico se describieron en la sección anterior también.

4.6 Energía Potencial Eléctrica de un Sistema de Cargas.

Para comprender el concepto, imagine que se empujan una contra de otra, dos partículas cuya carga eléctrica es del mismo signo. El trabajo que se debe realizar se almacena como energía eléctrica potencial en el sistema de las dos partículas. Si se sueltan estas dos partículas es posible recuperar la energía invertida toda o en parte en forma de energía cinética cuando los cuerpos se alejan entre sí.

La energía eléctrica potencial de un sistema de cargas puntuales fijas es igual al trabajo que debe realizar un agente externo para contraer el sistema, trayendo cada carga desde una distancia infinita.

A tener en cuenta

Se puede determinar la magnitud del trabajo que se requiere con la ecuación 4.5, cancelando el signo negativo para que la ecuación de el trabajo que se debe realizar en lugar del trabajo que realiza el campo. Entonces el trabajo que se requiere será igual a q_2V, donde V es el potencial establecido por la carga q_1 en el punto donde se coloca q_2

$$U = W = q_2V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} \qquad \text{ec. (4.20)}$$