Laboratorio de Control Analógico I

Practica 11
Análisis de la Respuesta Transitoria de Sistemas Continuos de Segundo Orden.

Objetivo:

Hacer uso de los comandos de MatLab para analizar un sistema de control de segundo orden.

Introducción.

Un sistema de segundo orden es fácil de identificar, ya que tiene 2 polos. Por lo tanto el denominador de su función de transferencia es de segundo orden, es decir existirá un elemento elevado al cuadrado (S^2). Si la ecuación del sistema está en el dominio del tiempo, está tendrá una derivada segunda o derivada de segundo orden. Supóngase un sistema continuo de segundo orden, cuya función de transferencia sea:

$$F(S) = \frac{\omega_n^{\,2}}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

donde:

ξ	Coeficiente de amortiguamiento.
ω_n	Frecuencia natural.

Los parámetros ω_n y ξ describen el comportamiento dinámico del sistema de segundo orden, dependiendo de las magnitudes de los mismos, como se explica a continuación.

- Si el valor de ξ esta entre *0* y *1* ($0 < \xi < 1$), los polos de lazo cerrado son complejos conjugados y se encuentran en el semiplano izquierdo del plano S. El sistema entonces de denomina sub-amortiguado y la respuesta transitoria es oscilatoria.

- Si $\xi = 1$, el sistema se denomina críticamente amortiguado.

- Si $\xi > 1$ la respuesta transitoria será sobre-amortiguada.

- Finalmente si $\xi = 0$ la respuesta transitoria no se amortigua.

La respuesta de los sistemas críticamente amortiguados y sobre amortiguados no oscila.

Cuando la respuesta es sub-amortiguada se pueden especificar algunos puntos en la forma de onda de su respuesta. Estas se ilustran en la Figura: 11.1. En la cual se pueden identificar algunos parámetros como son la magnitud del máxima del *sobre impulso* (Mp), el tiempo t_r, que se define como el tiempo en el cual el sistema pasa por primera vez por el valor de referencia, t_p que es el tiempo el cual la respuesta llega a su máximo valor en la primera oscilación, t_d que es tiempo necesario para que el sistema alcance la mita del valor final, t_s que es el tiempo de asentamiento que se toma cuando el sistema presente oscilaciones máximas que no sean mayores de cientos porcentajes (generalmente *2% - 5%*). Todas estas especificaciones se pueden encontrar matemáticamente (Revisar Notas de la Pagina).

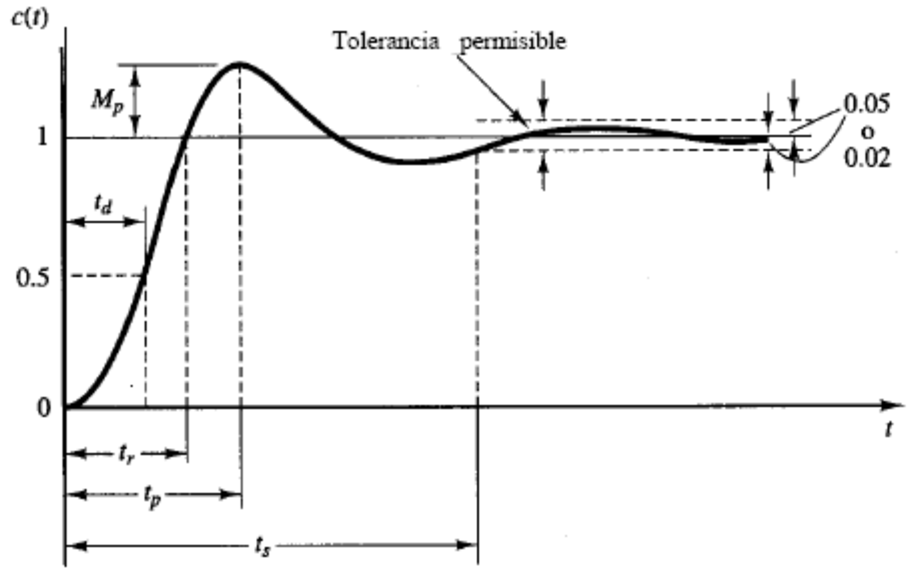

Figura 11. 1. Forma de onda normal de un sistema sub-amortiguado.

En MatLab, existen varios comandos que nos permiten analizar la respuesta transitoria de un sistema de segundo orden. Algunos de ellos ya fueron estudiados en prácticas anteriores como el caso del *step*, tanto para el estudio de la respuesta a una entrada escalón como de una entrada tipo rampa. También se cuenta con el comando *impulse* que permite estudiar la respuesta del sistema a una entrada tipo impulso.

impulse(sys) *ó* *impulse(num,den)*

Algunos otros comandos sirven para observar gráficamente la ubicación de los polos y los ceros de un sistema. Para eso en MatLab existe el comando rlocus, Ejemplo: Para el sistema de la ecuación , obtener la respuesta transitoria del sistema utilizando $\xi = 0.3$ y $\omega_n = 4$;

La función de transferencia es entonces:

$$F(S) = \frac{16}{S^2 + 2.4S + 16}$$

```
epsilon = 0.3;
wn = 4;

num = wn*wn;
den =[1   2*epsilon*wn   wn^2];
Fs = tf(num,den);

figure(1), step(num,den);
figure(2), rlocus(Fs);
sgrid
```

Con esta serie de instrucciones se pueden variar los valores de la ξ y de la ω_n para observar que se cumplen las condiciones dadas previamente en esta practica. La salida de esta serie de instrucciones se ilustra en la Figura 11.2. En la cual se puede comprobar que realmente para un valor de ξ que esta entre 0 y 1 los polos que se tienen serán un par de polos conjugados.

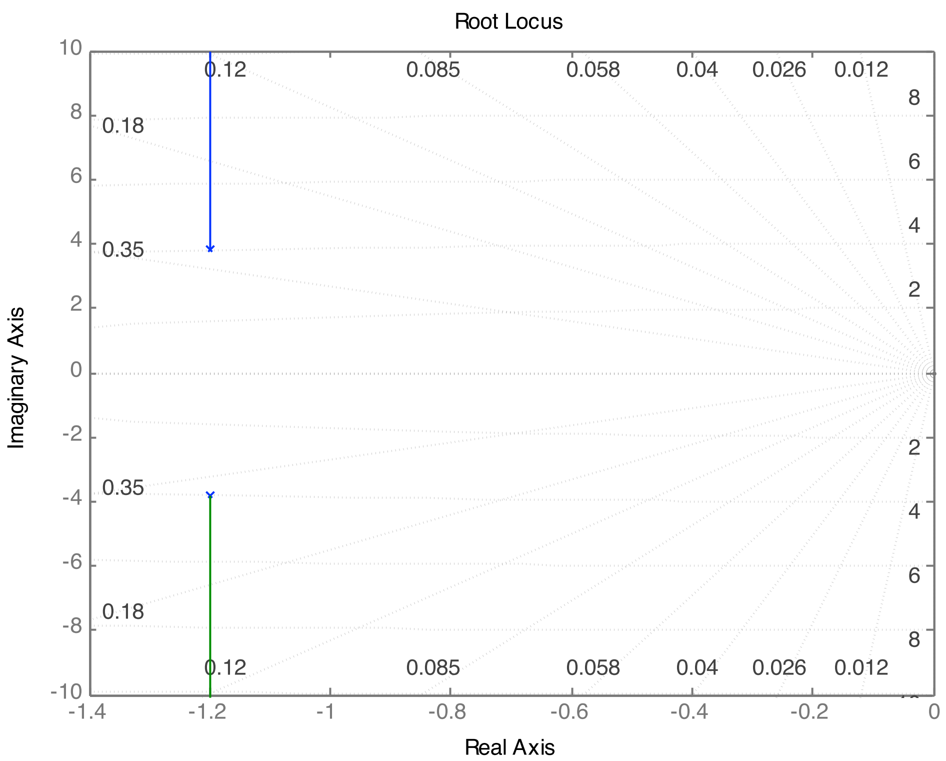

Figura 11. 2. Respuesta de la forma general de un sistema de segundo orden para $\xi = 0.3$ **y** $\omega_n = 4$**;**

El comando *rlocus* ilustra los polos con una " *x* " y los ceros con un " *o* ". Por lo que su identificación y su ubicación con respecto al eje es inmediata. Con esto es posible determinar también si el sistema es estable o no.

Desarrollo.

1.- Analice la respuesta transitoria de los sistemas de segundo orden que se presentan a continuación:

Sistema 1

$$F(S) = \frac{2}{140S^2 + 32S + 1}$$

Sistema 2

$$C\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{d\psi}{dt} + \frac{1}{L}\psi = i_s$$

donde:

ψ	Enlaces de Flujo (Volts-Segundo).
C	Capacitancia (9 nF).
L	Inductancia (3 mH).
R	Resistencia (35 Ω).
i_s	Corriente de excitación (2.5 Amp).

a) Realice todas las pruebas que le parezcan necesarias o que le causen inquietud.

b) Analice las formas de onda de salida para cada cambio que realice en las ecuaciones dinámicas del sistema.

c) Tome notas de sus observaciones.

d) Anote las conclusiones de las pruebas realizas.

e) Si encuentra algún comando útil que no venga en la practica probar para que funciona y reportarlo.

Reportar.

Cada una de las pruebas variaciones o inquietudes que resulten de realizar esta practica.