



Tema 5

Materiales

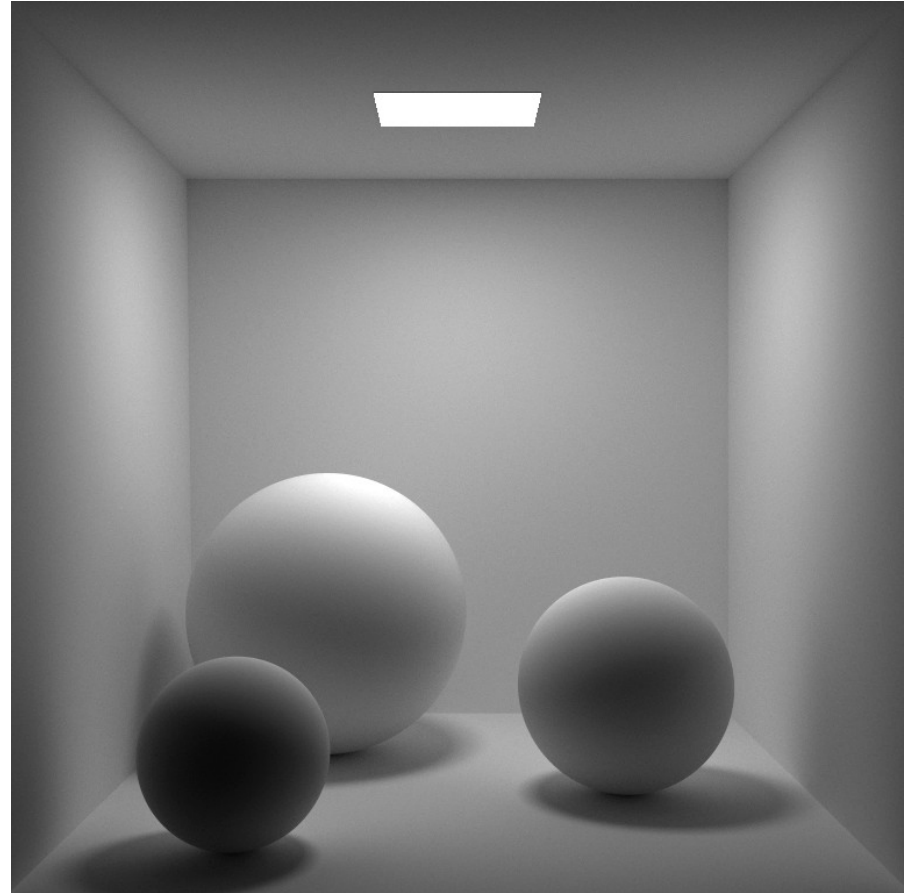
La BRDF

$$L(\mathbf{x}, \omega_{\mathbf{o}}) = \int_{\Omega} L_e(\mathbf{x}', -\omega_{\mathbf{i}}) f_r(\mathbf{x}, \omega_{\mathbf{o}}, \omega_{\mathbf{i}}) (\mathbf{n}_x \cdot \omega_{\mathbf{i}}) d\omega_{\mathbf{i}}$$

- BRDF:
 - *Bidirectional Reflectance Distribution Function*
 - Determina la naturaleza de la luz reflejada

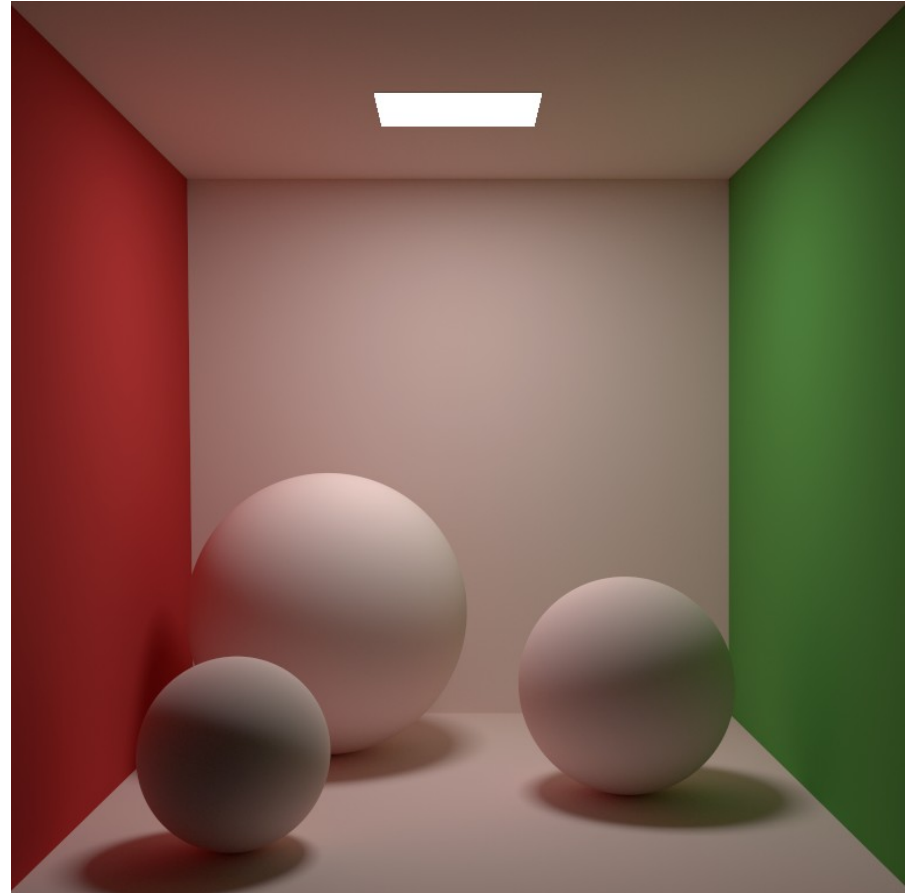
La importancia de los materiales

- Es un factor en la ecuación de transporte de luz
 - Pero gobierna el resultado al igual que la luz



La importancia de los materiales

- Sólo modificando la BRDF:
 - Bajo las mismas condiciones el resultado es drásticamente diferente



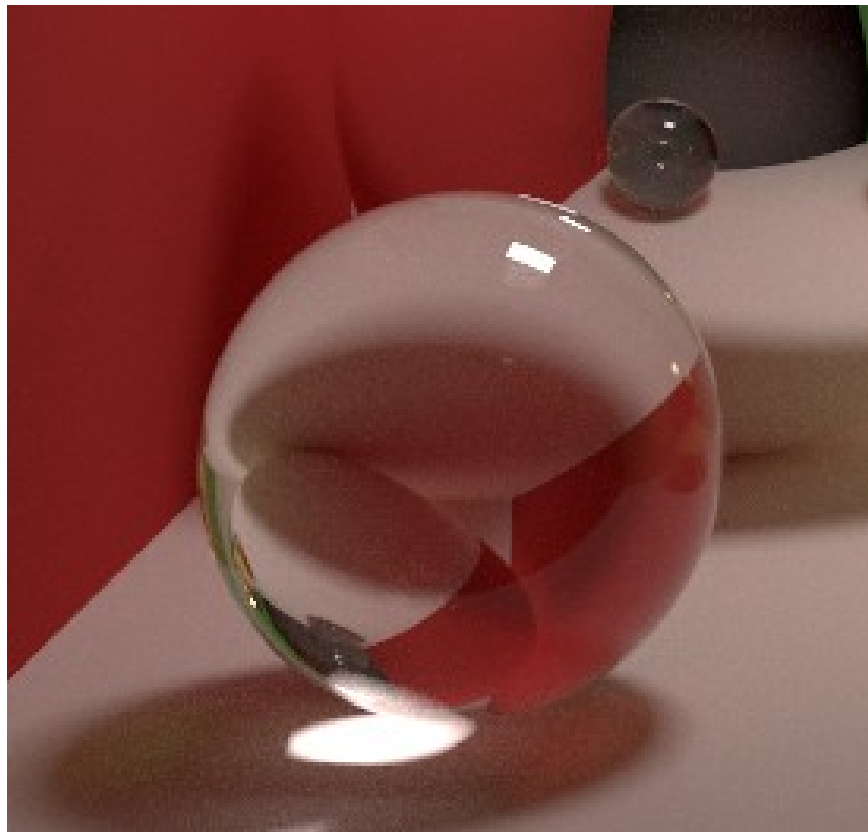
La importancia de los materiales

- Apariencias:
 - Metálicas
 - Asperas o suaves
 - ¿Refracción en cristal?



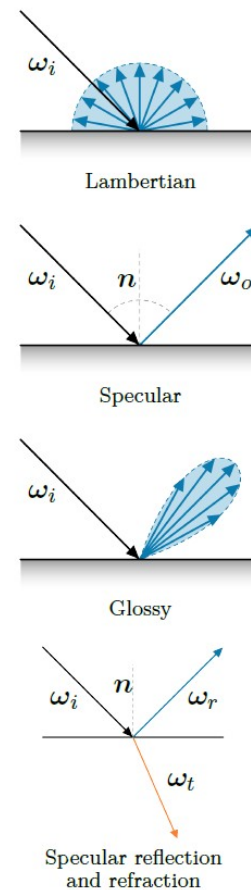
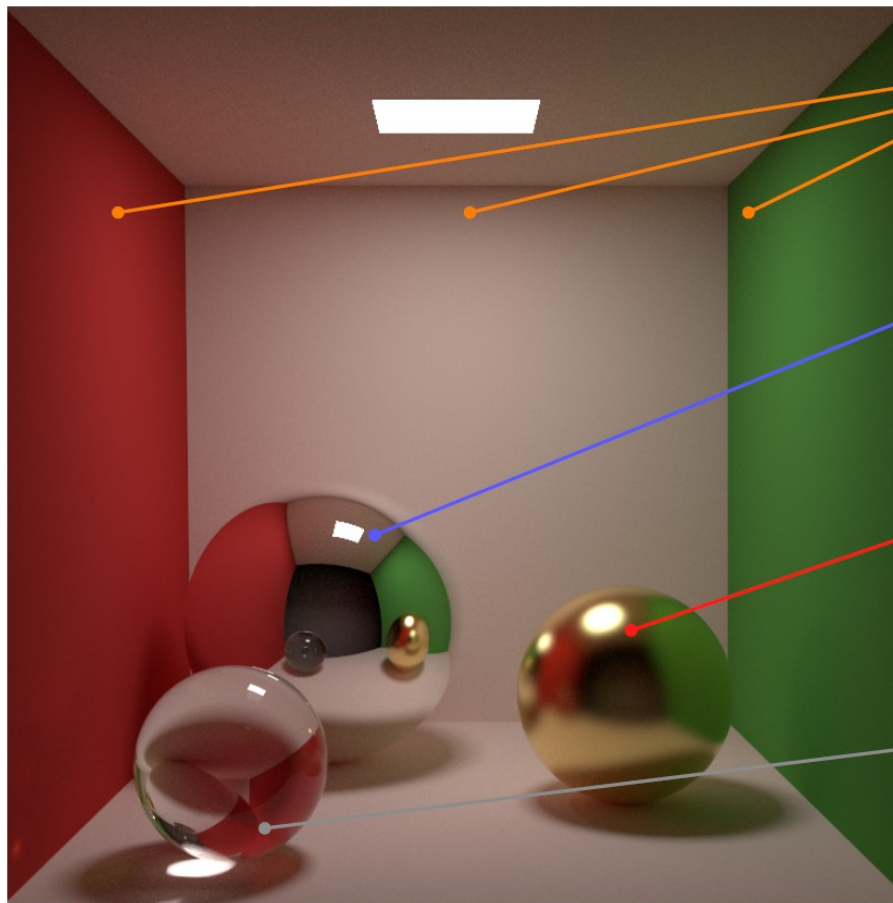
BSDF

- BSDF:
 - BRDF + BTDF
 - Reflexión + refracción
$$f_s = f_r + f_t$$
 - *Bidirectional Scattering Distribution Function*



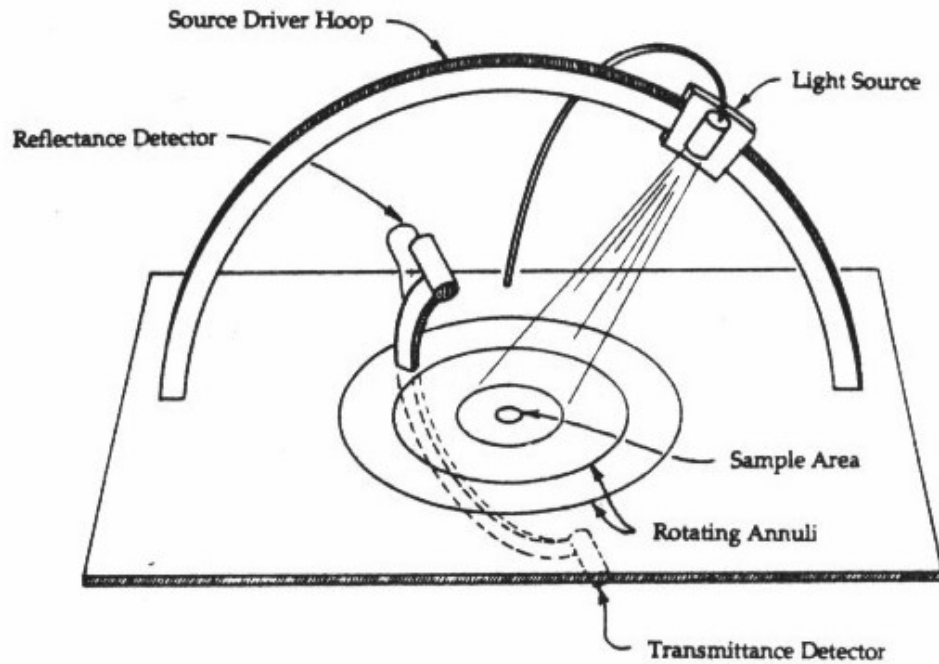
Materiales básicos

- Para una dirección incidente
 - ¿Qué direcciones salientes?
 - ¿Cómo es la interacción de la luz con el material?
 - ¿Qué cambios sufre la luz al interactuar?

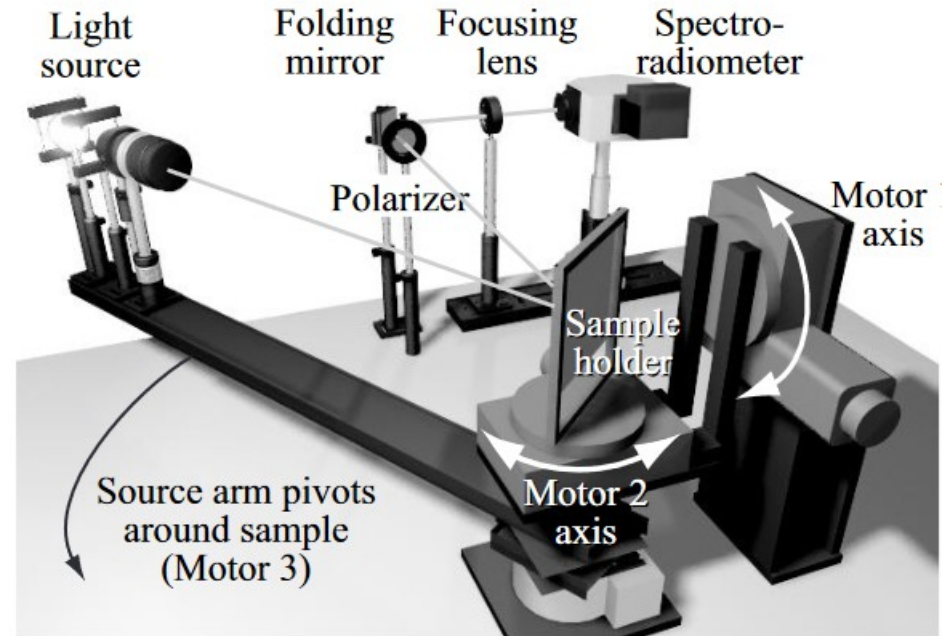


Mediciones de materiales

- Goniorelectómetro



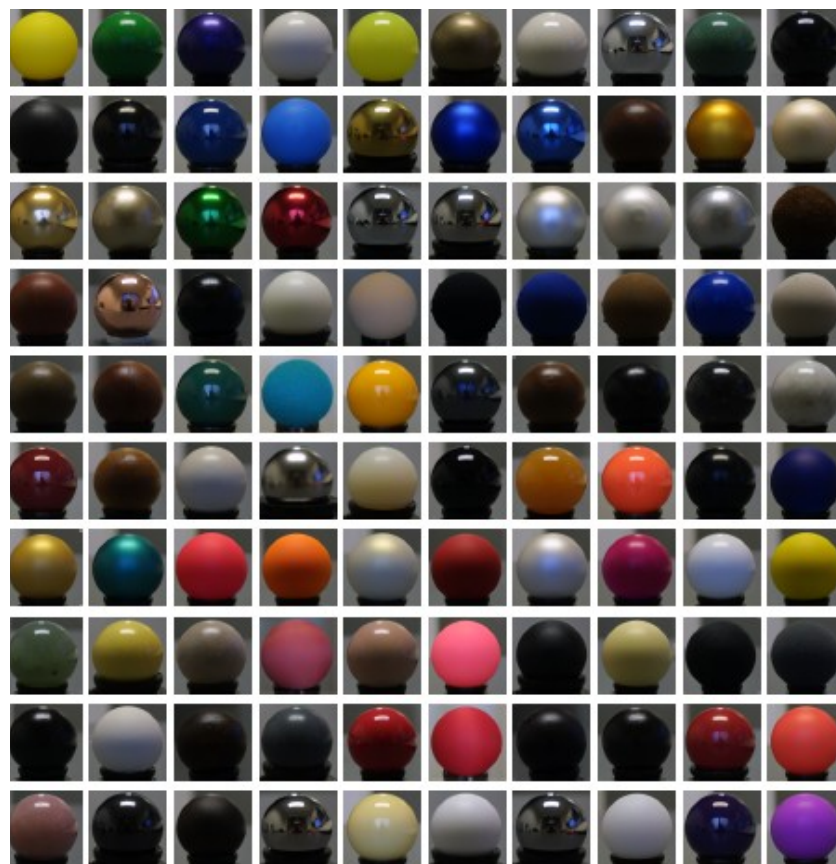
Murray-Coleman



Cornell

Mediciones de materiales

- Colecciones de medidas:
 - Cornell
 - Matusik
 - 100 materiales
 - 10^6 mediciones por BRDF
 - Metales, plásticos, telas, pinturas
 - Columbia-Utrecht
 - Disney? Weta?





- BRDFs

- Medidas:

- Atadas al material
- Tablas de datos

- Fenomenológicas:

- Aproximan un resultado *percibido*
- ej. Phong

- Analíticas:

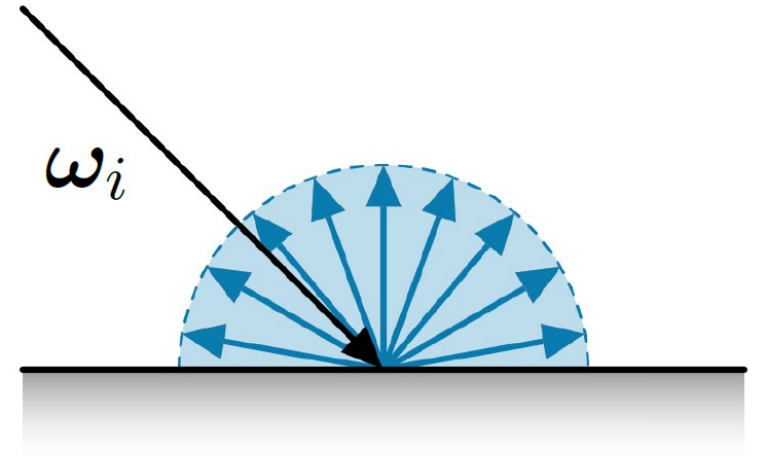
- El comportamiento local de la luz puede modelarse con expresiones cerradas
- ej. difusa y microfacet

Materiales difusos: reflexión lambertiana

- Reflejan la luz de manera igualitaria en todas las direcciones

$$f_r(\mathbf{x}, \omega_o, \omega_i) = \frac{\rho}{\pi}$$

- No importa la dirección incidente ni saliente
- Muros de yeso, pintura mate, gis

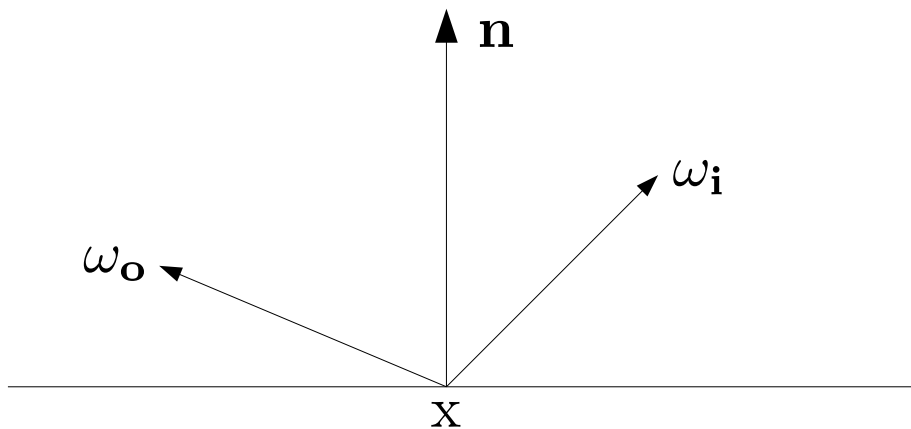


Materiales difusos: muestreo y probabilidad

- La estrategia adecuada para este tipo de materiales es muestreo de coseno hemisférico
 - ¡El coseno hemisférico sigue el principio de la reflexión lambertiana!
 - Ver tema 3

Convención formulación de BSDF

- Se asume que las direcciones ω_o y ω_i
 - Son vectores normalizados
 - Son locales en el punto de intersección
 - Ambas direcciones *dejan* la superficie



Bajo la convención se cumple:
 $\mathbf{n} \cdot \omega = \cos \theta = \omega_z$

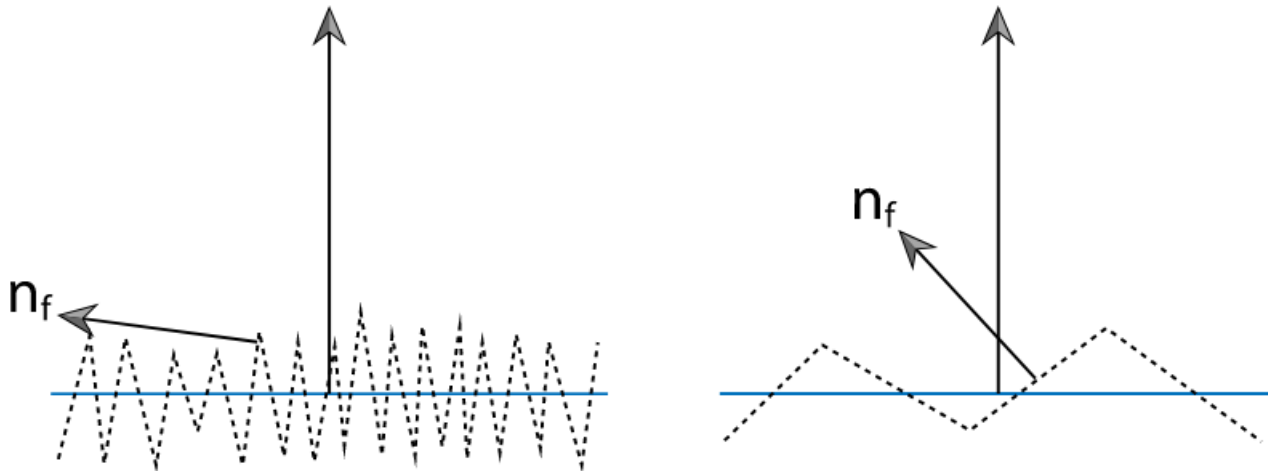
Difusos ásperos: Oren-Nayar simple

- Los materiales reales no son lambertianos perfectos (izquierda)
- Oren y Nayar en 1994 propusieron un modelo para materiales lambertianos ásperos (derecha)



Oren-Nayar 1994

- Asume una microgeometría en forma de V con una distribución gaussiana esférica
 - Un único parámetro σ (en radianes) que indica la desviación estándar de las orientaciones



Oren-Nayar 1994: evaluación

- El modelo simplificado es:

$$f_r(\mathbf{x}, \omega_o, \omega_i) = \frac{\rho}{\pi} (A + B \max(0, \cos(\phi_i - \phi_o)) \sin \alpha \tan \beta)$$

$$A = 1 - \frac{\sigma^2}{2(\sigma^2 + 0.33)}$$

$$B = \frac{0.45\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$$

$$\alpha = \max(\theta_i, \theta_o)$$

$$\beta = \min(\theta_i, \theta_o)$$

Oren-Nayar 1994: evaluación (2)

- Modelo completo en su artículo de SIGGRAPH '94

Generalization of Lambert's Reflectance Model

Michael Oren and Shree K. Nayar

Department of Computer Science, Columbia University
New York, NY 10027

Abstract

Lambert's model for body reflection is widely used in computer graphics. It is used extensively by rendering techniques such as radiosity and ray tracing. For several real-world objects, however, Lambert's model can prove to be a very inaccurate approximation to the body reflectance. While the brightness of a Lambertian surface is independent of viewing direction, that of a rough surface increases as the viewing direction approaches the light source direction. In this paper, a comprehensive model is developed that predicts body reflectance from rough surfaces. The surface is modeled as a collection of Lambertian facets. It is shown that such a surface is inherently non-Lambertian due to the foreshortening of the surface facets. Further, the model accounts for complex geometric and radiometric phenomena such as masking, shadowing, and interreflections between facets. Several experiments have been conducted on samples of rough diffuse surfaces, such as, plaster, sand, clay, and cloth. All these surfaces demonstrate significant deviation from Lambertian behavior. The reflectance measurements obtained are in strong agreement with the reflectance predicted by the model.

CR Descriptors: I.3.7 [Computer Graphics]: Three-Dimensional Graphics and Realism; I.3.3 [Computer Graphics]: Picture/Image Generation; J.2 [Physical Sciences and Engineering]: Physics.

Additional Key Words: reflection models, Lambert's model, BRDF, rough surfaces, moon reflectance.

1 Introduction

An active area of research in computer graphics involves the creation of realistic images. Images are rendered using one of two well-known techniques, namely, ray tracing [36] or radiosity [7].

tion from smooth surfaces as well as wide directional lobes from rougher surfaces [14]. In contrast, the body component has most often been assumed to be Lambertian. A Lambertian surface appears equally bright from all directions. This model was advanced by Lambert [20] more than 200 years ago and remains one of the most widely used models in computer graphics.

For several real-world objects, however, the Lambertian model can prove to be a poor and inadequate approximation to body reflection. Figure 1(a) shows a real image of a clay vase obtained using a CCD camera. The vase is illuminated by a single distant light source in the same direction as the sensor. Figure 1(b) shows a rendered image of a vase with the same shape as the one shown in Figure 1(a). This image is rendered using Lambert's model, and the same illumination direction as in the case of the real vase. As

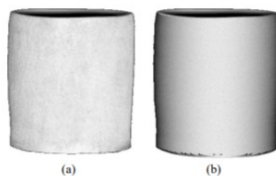


Figure 1: (a) Real image of a cylindrical clay vase. (b) Image of the vase rendered using the Lambertian reflectance model. In both cases, illumination is from the viewing direction.

expected, Lambert's model predicts that the brightness of the cylindrical vase will decrease as we approach the occluding boundaries

The final approximation results are given below. Once again, let $\alpha = \text{Max}[\theta_r, \theta_i]$ and $\beta = \text{Min}[\theta_r, \theta_i]$. The direct illumination component of radiance of a surface with roughness σ is:

$$L_r^1(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cos \theta_i \left[C_1(\sigma) + \cos(\phi_r - \phi_i) C_2(\alpha; \beta; \phi_r - \phi_i; \sigma) \tan \beta + (1 - |\cos(\phi_r - \phi_i)|) C_3(\alpha; \beta; \sigma) \tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right] \quad (27)$$

where the coefficients are:

$$C_1 = 1 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33}$$

$$C_2 = \begin{cases} 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \sin \alpha & \text{if } \cos(\phi_r - \phi_i) \geq 0 \\ 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \left(\sin \alpha - \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^3 \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_3 = 0.125 \left(\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \right) \left(\frac{4\alpha\beta}{\pi^2} \right)^2$$

Using a similar approach, an approximation to the interreflection component was also derived. In this case, the interreflection component for the single-slope isotropic surface (Appendix B.2) was used to guess the basis functions. The final approximation to the interreflection component of radiance for a surface with roughness σ is:

$$L_r^2(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = 0.17 \frac{\rho^2}{\pi} E_0 \cos \theta_i \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.13} \left[1 - \cos(\phi_r - \phi_i) \left(\frac{2\beta}{\pi} \right)^2 \right] \quad (28)$$

The two components are combined to obtain the total surface radiance:

$$L_r(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = L_r^1(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) + L_r^2(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) \quad (29)$$

Oren-Nayar 1994: muestreo

- Se utiliza muestreo de coseno hemisférico
 - También es la estrategia adecuada para este material
 - Ver tema 3

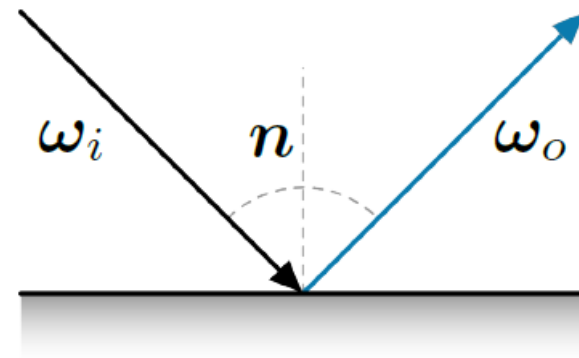
Reflexión Especular

- Para una dirección incidente, *toda* la luz es reflejada hacia una *única* dirección saliente:

$$\theta_o = \theta_i$$

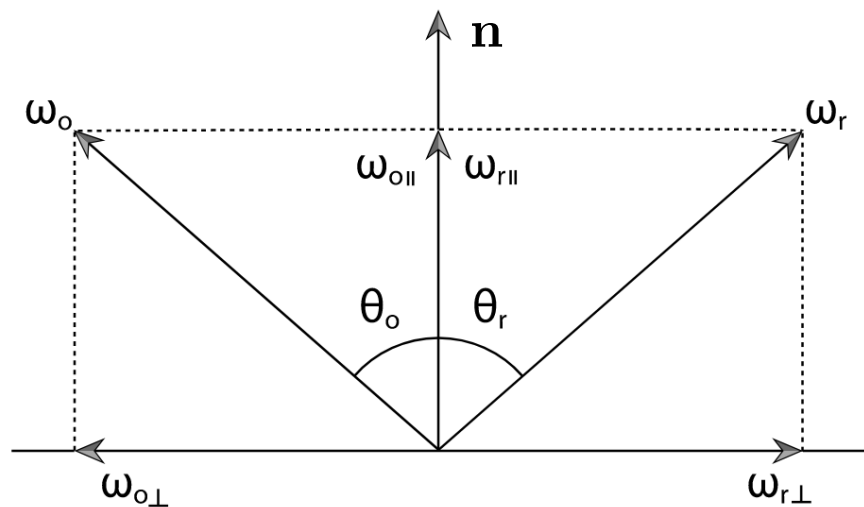
$$\phi_o = \phi_i + \pi$$

- Hay una forma más sencilla de obtenerla



Se muestra el camino que seguiría la luz (no cumple con la convención)

Reflexión Especular



Intuición:

$$(\mathbf{n} \cdot \omega_o) = \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\|\omega_{o||}\|}{\|\omega_o\|} = \frac{\|\omega_{o||}\|}{1}$$

$$\|\omega_{o||}\| = \cos \theta$$

$$\omega_{o||} = \mathbf{n} \cos \theta$$

$$\omega_r = \omega_{r\perp} + \omega_{r||} = -\omega_{o\perp} + \omega_{o||}$$

$$= -(\omega_o - (\mathbf{n} \cdot \omega_o)\mathbf{n}) + (\mathbf{n} \cdot \omega_o)\mathbf{n}$$

$$= -\omega_o + 2(\mathbf{n} \cdot \omega_o)\mathbf{n}$$

Reflexión Especular: evaluación

- La BRDF es una distribución delta
 - Sólo existe una posible dirección saliente

$$f_r(\mathbf{x}, \omega_o, \omega_i) = F(\omega_i) \frac{\delta(\omega_o - \omega_r)}{|\cos \theta_r|}$$

- F es la reflectancia Fresnel
- En un estimador Monte Carlo, en la práctica, esta evaluación *jamás* será distinta de cero
 - Se recurre al muestreo de BRDF

Reflectancia Fresnel

- Las ecuaciones Fresnel describen la cantidad de luz reflejada en una superficie
 - Son la solución a las ecuaciones de Maxwell para superficies suaves

$$F(\omega_i) = \frac{1}{2}(r_{\parallel} + r_{\perp})$$

- Reflectancia para luz polarizada paralela y perpendicular
- La energía transmitida será $1-F$
 - Principio de conservación de energía

Reflectancia Fresnel (conductor)

$$r_{\perp} = \frac{a^2 + b^2 + \cos^2 \theta - 2a \cos \theta}{a^2 + b^2 + \cos^2 \theta + 2a \cos \theta}$$

$$r_{\parallel} = r_{\perp} \frac{(a^2 + b^2) \cos^2 \theta + \sin^4 \theta - 2a \cos \theta \sin^2 \theta}{(a^2 + b^2) \cos^2 \theta + \sin^4 \theta + 2a \cos \theta \sin^2 \theta}$$

donde:

$$a^2 + b^2 = \sqrt{(\eta^2 - \kappa^2 - \sin^2 \theta)^2 + 4\eta^2 \kappa^2}$$

$$\eta = \frac{\eta_t}{\eta_i}$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + \eta^2 - \kappa^2 - \sin^2 \theta)}$$

$$\kappa = \frac{\kappa_t}{\eta_i}$$

Reflectancia Fresnel (conductor)

- Los parámetros para *eta* y *kappa* dependen de los materiales en la interfaz de la interacción

$$\eta = \frac{\eta_t}{\eta_i}$$

$$\kappa = \frac{\kappa_t}{\eta_i}$$

- *eta* nos describe los índices de refracción para el medio incidente (normalmente aire) y transmitido
- *kappa* es el coeficiente de absorción (da el color del material)

Valores RGB para *eta* y *kappa*

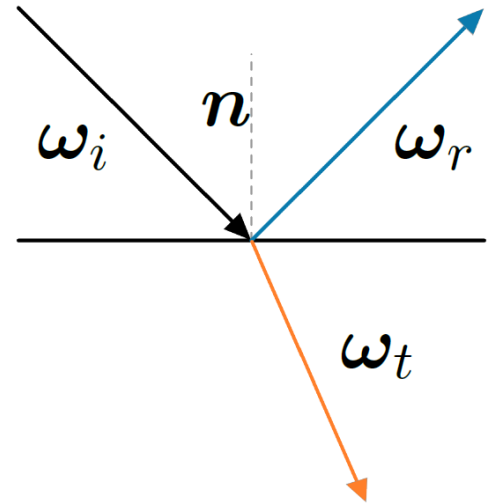
Material	<i>Índice de refracción (eta)</i>
Vacío	1.0
Aire	1.00029
Hielo	1.31
Agua (20 °C)	1.333
Cuarzo	1.46
Cristal	1.5 – 1.6
Safiro	1.77
Diamante	2.42

Material	<i>eta</i>	<i>kappa</i>
Aluminio	[1.66058, 0.88143, 0.521467]	[9.2282, 6.27077, 4.83803]
Cobre	[0.208183, 0.919438, 1.10241]	[3.92198, 2.45627, 2.14157]
Cromo	[4.48917, 2.90664, 1.66205]	[5.21625, 4.22766, 3.75206]
Litio	[0.269479, 0.20043, 0.22334]	[3.54258, 2.35127, 1.68649]
Mercurio	[2.42685, 1.45639, 0.914464]	[6.34596, 4.39272, 3.42653]
Oro	[0.143245, 0.377423, 1.43919]	[3.98479, 2.3847, 1.60434]
Plata	[0.15554, 0.11678, 0.138371]	[4.83139, 3.12331, 2.14745]
Tungsteno	[4.37329, 3.3001, 2.99905]	[3.50037, 2.60519, 2.2736]

Reflexión especular (muestreo)

- Como se trata de una distribución delta la dirección muestreada es simplemente la dirección de reflexión especular ω_r
- El valor de probabilidad es 1

Dieléctricos suaves



Dieléctricos suaves

- Exhiben reflexión y transmisión especular

- Distribución delta

$$f_s = f_r + f_t$$

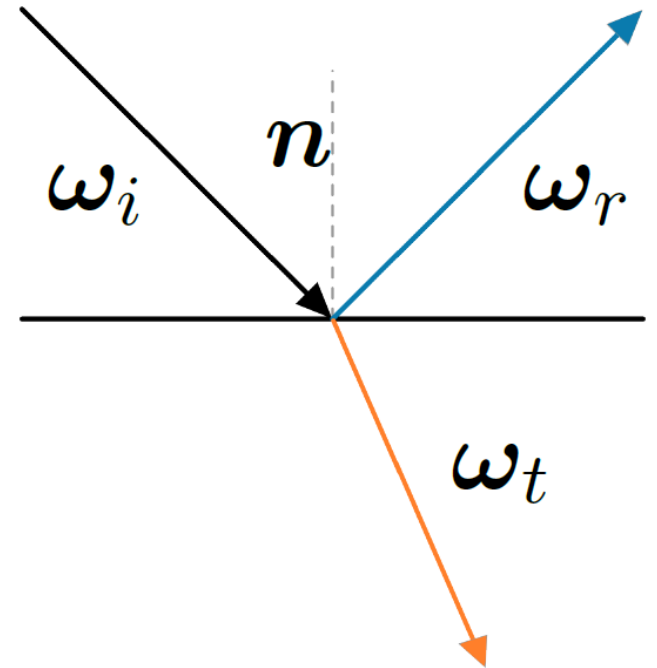
- Dirección reflejada

- Mismo caso que reflexión especular

- Dirección de transmisión

- Ley de Snell

- Hacia el hemisferio opuesto



Se muestra el camino que seguiría la luz (no cumple con la convención)

Ley de Snell

- La ley de Snell nos indica la relación entre el ángulo polar de la dirección incidente con el ángulo polar de la dirección de transmisión:

$$\eta_t \sin \theta_t = \eta_i \sin \theta_i$$

$$\sin \theta_t = \frac{\eta_i}{\eta_t} \sin \theta_i$$

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \frac{\eta_i^2}{\eta_t^2} (1 - \cos^2 \theta_i)}$$

Intuición: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

Entonces, dada una dirección incidente (local):

$$\omega_t = \begin{pmatrix} -\frac{\eta_t}{\eta_i} \omega_{ix} \\ -\frac{\eta_t}{\eta_i} \omega_{iy} \\ \cos \theta_t \end{pmatrix}$$

Dieléctricos suaves: refracción

- La iluminación directa sólo considera reflexión
 - La transmisión necesita iluminación global
- En ocasiones, los efectos físicos son confusos:



Físicamente correcto



Versión *no confusa* cambiando eta para coincidir con la dirección artística

Dieléctricos suaves: evaluación

- La reflexión está dada por:

$$f_r(\mathbf{x}, \omega_o, \omega_i) = F(\omega_i, \cos \theta_t) \frac{\delta(\omega_o - \omega_r)}{|\cos \theta_r|}$$

- Donde:

$$F(\omega_i, \cos \theta_t) = \frac{1}{2}(r_{\parallel} + r_{\perp})$$

$$r_{\parallel} = \left(\frac{\eta_t \cos \theta_i - \eta_i \cos \theta_t}{\eta_t \cos \theta_i + \eta_i \cos \theta_t} \right)^2$$

$$r_{\perp} = \left(\frac{\eta_i \cos \theta_i - \eta_t \cos \theta_t}{\eta_i \cos \theta_i + \eta_t \cos \theta_t} \right)^2$$

Dieléctricos suaves: evaluación

- La transmisión es:

$$f_t(\mathbf{x}, \omega_o, \omega_i) = \frac{\eta_t^2}{\eta_i^2} (1 - F(\omega_i, \cos \theta_t)) \frac{\delta(\omega_o - \omega_t)}{|\cos \theta_t|}$$

- Nota:
 - En una implementación de path tracing desde la cámara, la dirección “*incidente*” es la dirección de la cámara
 - Por la simetría de las BSDF, la función es correcta en ese caso, pero debe considerarse según se tengan caminos desde la cámara o desde la luz

Dieléctricos suaves: muestreo y probabilidad

- Es una distribución delta:
 - Sólo hay *¿una?* respuesta correcta, pero dos direcciones
 - Reflexión y refracción
- El proceso de muestreo decide entonces entre estos dos posibles escenarios

$$\omega = \begin{cases} \omega_r, & \text{si } \xi < F \\ \omega_t, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \begin{array}{l} p(\omega_r) = F \\ p(\omega_t) = 1 - F \end{array}$$

Muestreo

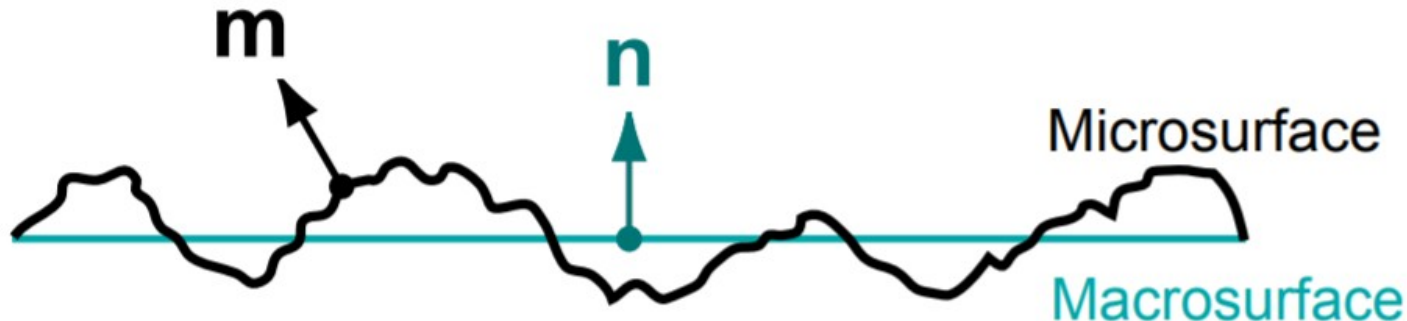
Probabilidad

Dieléctricos suaves: color

- En ocasiones los materiales dieléctricos tendrán alguna coloración
- En estos casos es común multiplicar la BRDF y BTDF por términos:
 - Reflectancia especular
 - Transmitancia especular

Modelo microfacet

- Facetas infinitesimales forman la *microsuperficie*
 - Cada faceta es suave y exhibe reflexión/refracción especular
 - Para calcular la luz reflejada hay que tomar en cuenta la distribución de estas microfacetas
- La *macrosuperficie* es plana en el punto de intersección



Microfacet: reflexión

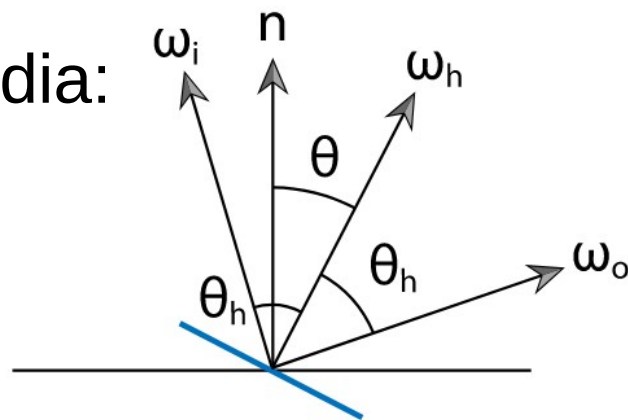
- El modelo microfacet para reflexión está dado por:

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{F(\omega_i \cdot \omega_h) G(\omega_i, \omega_o) D(\omega_h)}{4|\mathbf{n} \cdot \omega_i||\mathbf{n} \cdot \omega_o|}$$

- donde ω_h es el vector de dirección media:

$$\omega_h = \frac{\omega_i + \omega_o}{\|\omega_i + \omega_o\|}$$

- \mathbf{n} indica la dirección de la faceta!



Microfacet

- En el numerador tenemos el producto de:
 - La naturaleza de la luz reflejada (Fresnel)
 - La proporción visible de las facetas en esa dirección (G)
 - La función de distribución de micronormales (D)

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{F(\omega_i \cdot \omega_h) G(\omega_i, \omega_o) D(\omega_h)}{4|\mathbf{n} \cdot \omega_i||\mathbf{n} \cdot \omega_o|}$$

Microfacet: Fresnel

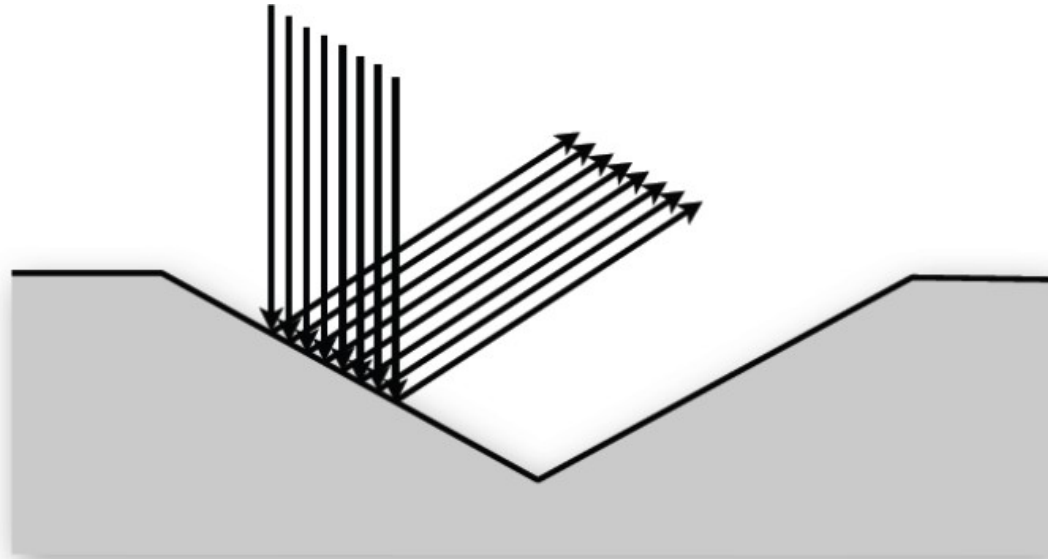
- Note como el término depende del producto punto
 - Es el coseno con el vector de dirección media

$$F(\omega_i \cdot \omega_h)$$

- Las fórmulas de Fresnel en realidad sólo dependen de los cosenos y senos, en este caso serán respecto a ω_h y no respecto a la macronormal

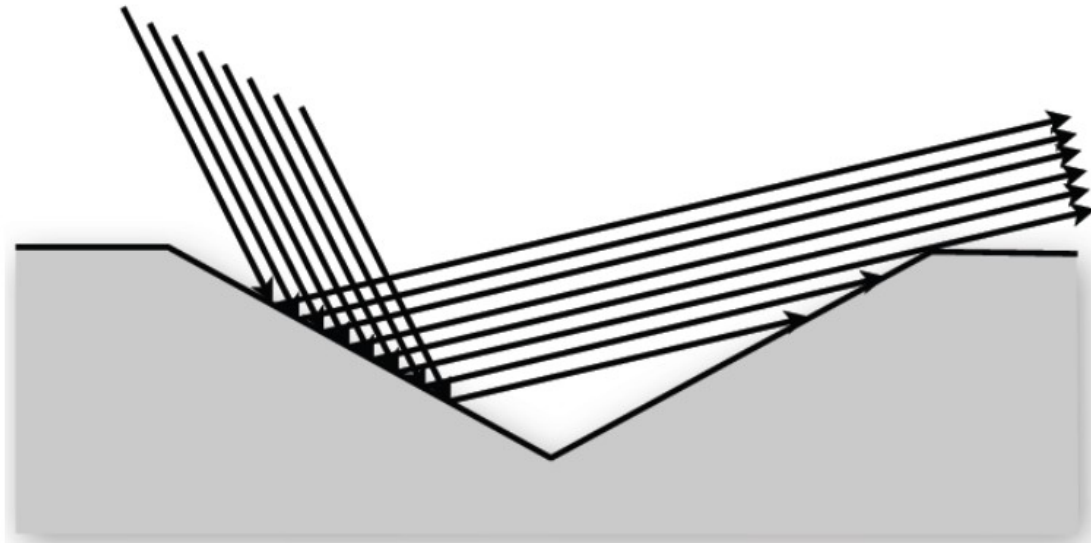
Microfacet: G

- El término G, llamado *masking-shadowing* o término geométrico, es la porción de facetas visibles desde ambas direcciones
 - Lo podemos analizar en tres casos
1. Sin oclusión ($G = 1$)



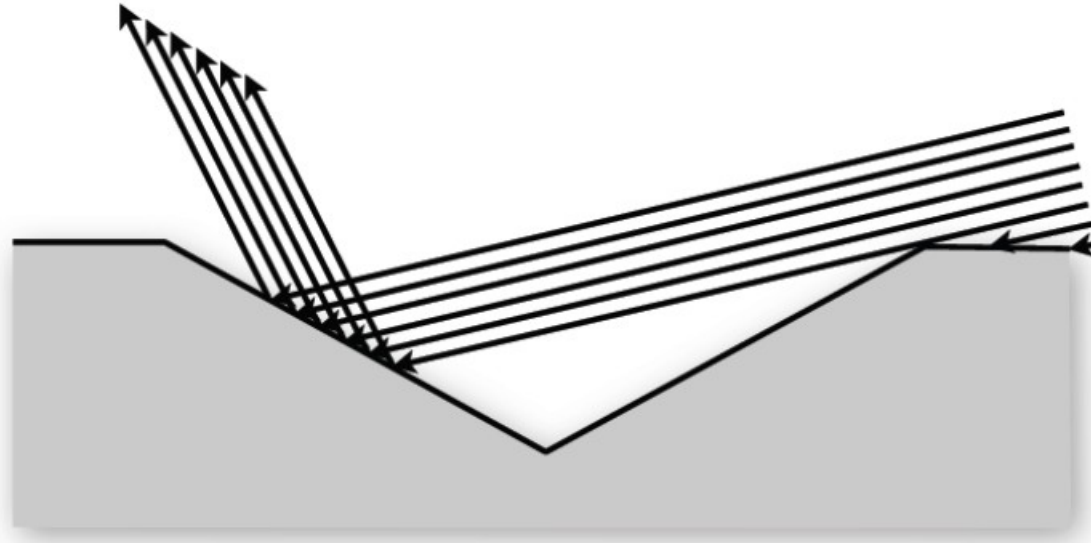
Microfacet: G

- El término G , llamado *masking-shadowing* o término geométrico, es la porción de facetas visibles desde ambas direcciones
 - Lo podemos analizar en tres casos
2. Enmascaramiento ($G < 1$)



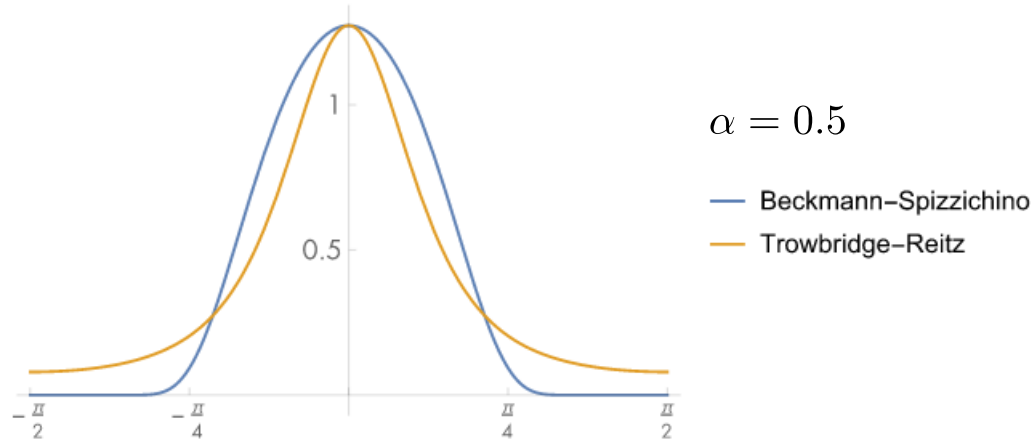
Microfacet: G

- El término G, llamado *masking-shadowing* o término geométrico, es la porción de facetas visibles desde ambas direcciones
 - Lo podemos analizar en tres casos
3. Sombreado ($G < 1$)

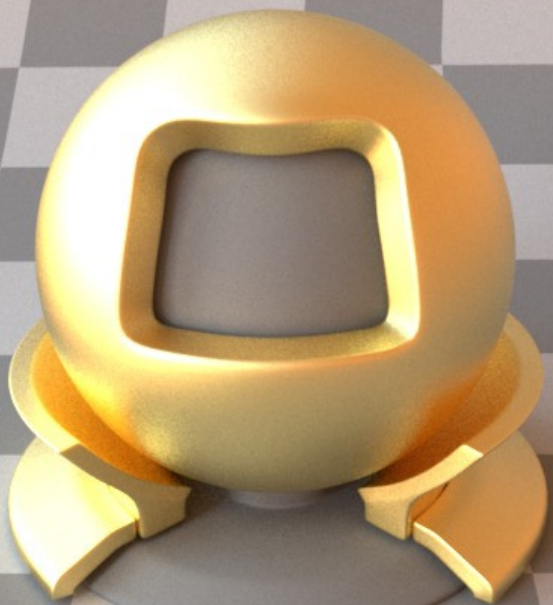


Microfacet: D

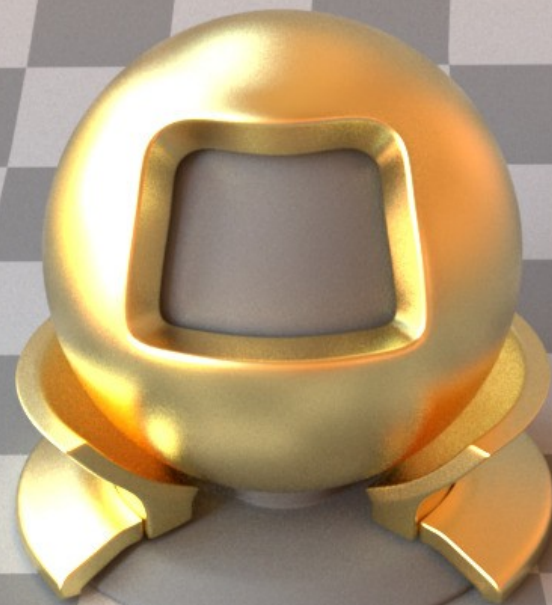
- $D(\omega_h)$ representa la microsuperficie
 - Porción de normales orientadas hacia ω_h
 - *Normal Distribution Function*
- Depende de un parámetro α que fija la aspereza del material



Valor de aspereza

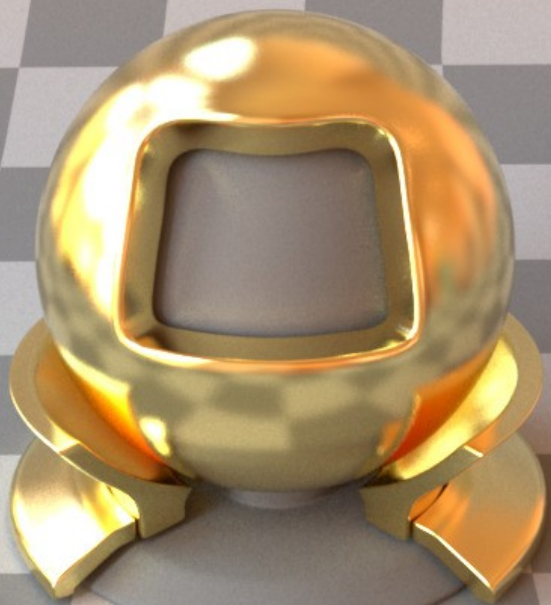


$\alpha = 0.3$



$\alpha = 0.15$

Valor de aspereza



$\alpha = 0.05$



$\alpha = 0.001$

Microfacet distribución Beckmann: evaluación

- La NDF para un valor de aspereza α :

$$D(\omega_{\mathbf{h}}) = \frac{\chi^+(\cos \theta_h)}{\pi \alpha^2 \cos^4 \theta_h} \exp\left(-\frac{\tan^2 \theta_h}{\alpha^2}\right)$$

donde χ^+ es la función característica positiva:

$\chi^+(a) = 1$ si a es positivo y 0 en caso contrario

y θ_h es el ángulo entre el vector de dirección media y la normal

Microfacet distribución Beckmann: evaluación

- El término Smith G para el enmascaramiento-sombreado:

$$G(\omega_{\mathbf{i}}, \omega_{\mathbf{o}}) = G_1(\omega_{\mathbf{i}}, \omega_{\mathbf{h}})G_1(\omega_{\mathbf{o}}, \omega_{\mathbf{h}})$$

donde

$$G_1(\omega_v, \omega_{\mathbf{h}}) \approx \chi^+ \left(\frac{\omega_v \cdot \omega_{\mathbf{h}}}{\omega_v \cdot \mathbf{n}} \right) \begin{cases} \frac{3.535a + 2.181a^2}{1 + 2.276a + 2.577a^2} & \text{si } a < 1.6 \\ 1 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\text{y } a = \frac{1}{\alpha \tan \theta_v} \quad (\text{tangente del ángulo con la normal})$$

Microfacet distribución Beckmann: muestreo (reflexión)

- Dada una dirección incidente, el muestreo consiste en:
 - Muestrear un vector de dirección media ω_h proporcionalmente a la NDF

$$\theta_h = \arctan \sqrt{-\alpha^2 \log(1 - \xi_1)}$$

$$\phi_h = 2\pi\xi_2$$

- Reflejar especularmente la dirección incidente respecto a ω_h para obtener la dirección saliente muestreada
 - Reemplazar \mathbf{n} por ω_h en la fórmula para reflexión especular

Microfacet distribución Beckmann: probabilidad (reflexión)

- La probabilidad de una dirección saliente dado el vector de dirección media es:

$$p(\omega_{\mathbf{o}}, \omega_{\mathbf{h}}) = D(\omega_{\mathbf{h}}) \frac{\omega_{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{n}}{4|\omega_{\mathbf{o}} \cdot \omega_{\mathbf{h}}|}$$