

## *Equivalencias lógicas*

### **Leyes de idempotencia**

$$\begin{aligned} P &\equiv P \vee P \\ P &\equiv P \wedge P \end{aligned}$$

### **Leyes conmutativas**

$$\begin{aligned} P \vee Q &\equiv Q \vee P \\ P \wedge Q &\equiv Q \wedge P \end{aligned}$$

### **Leyes asociativas**

$$\begin{aligned} (P \vee Q) \vee R &\equiv P \vee (Q \vee R) \\ (P \wedge Q) \wedge R &\equiv P \wedge (Q \wedge R) \end{aligned}$$

### **Leyes distributivas**

$$\begin{aligned} P \vee Q_1 \wedge Q_2 \wedge \dots \wedge Q_n &\equiv \\ (P \vee Q_1) \wedge (P \vee Q_2) \wedge \dots \wedge (P \vee Q_n) &\\ P \wedge (Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n) &\equiv \\ P \wedge Q_1 \vee P \wedge Q_2 \vee \dots \vee P \wedge Q_n & \end{aligned}$$

### **Leyes de absorción**

$$\begin{aligned} P \vee 0 &\equiv P \\ P \vee 1 &\equiv 1 \\ P \wedge 0 &\equiv 0 \\ P \wedge 1 &\equiv P \\ P \wedge (P \vee Q) &\equiv P \\ P \vee (P \wedge Q) &\equiv P \end{aligned}$$

### **Leyes de De Morgan**

$$\begin{aligned} \neg(P \vee Q) &\equiv \neg P \wedge \neg Q \\ \neg(P \wedge Q) &\equiv \neg P \vee \neg Q \end{aligned}$$

### **Leyes de complemento**

$$\begin{aligned} \neg\neg 1 &\equiv 0 \\ \neg\neg 0 &\equiv 1 \\ P \vee \neg P &\equiv 1 \\ P \wedge \neg P &\equiv 0 \\ \neg(\neg P) &\equiv P \end{aligned}$$

### **Leyes de implicación**

$$\begin{aligned} P \rightarrow Q &\equiv \neg P \vee Q \\ P \rightarrow Q &\equiv \neg Q \rightarrow \neg P \\ (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) &\equiv P \rightarrow Q \wedge R \end{aligned}$$

### **Ley de doble implicación**

$$(P \leftrightarrow Q) \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

### **Ley de o exclusivo**

$$P \oplus Q \equiv (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$$

## *Reglas de Inferencia*

### **Modus Ponens**

$$P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$$

### **Modus Tollens**

$$\neg Q \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow \neg P$$

### **Adición disjuntiva**

$$P \Rightarrow P \vee Q$$

### **Simplificación conjuntiva**

$$P \wedge Q \Rightarrow P$$

$$P \wedge Q \Rightarrow Q$$

### **Simplificación disyuntiva**

$$(P \vee Q) \wedge \neg Q \Rightarrow P$$

$$(P \vee Q) \wedge \neg P \Rightarrow Q$$

### **Regla de la cadena**

$$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow P \rightarrow R$$

### **Tautologías**

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$$

$$(\neg Q \rightarrow \neg P) \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

## *Propiedades de los predicados*

$$\begin{aligned} \neg \forall x P(x) &\equiv \exists x \neg P(x) \\ \neg \exists x P(x) &\equiv \forall x \neg P(x) \\ [\forall x P(x)] \wedge [\forall x Q(x)] &\equiv \forall x [P(x) \wedge Q(x)] \\ [\exists x P(x)] \vee [\exists x Q(x)] &\equiv \exists x [P(x) \vee Q(x)] \\ [\forall x P(x)] \vee [\forall x Q(x)] &\Rightarrow \forall x [P(x) \vee Q(x)] \\ \exists x [P(x) \wedge Q(x)] &\Rightarrow [\exists x P(x)] \wedge [\exists x Q(x)] \\ \exists x \forall y P(x, y) &\Rightarrow \forall y \exists x P(x, y) \end{aligned}$$