COORDENADAS RECTANGULARES Y GRAFICAS

11. Representar en un sistema de coordenadas rectangulares los puntos siguientes: $(2, 1)$, $(4, 3)$, $(-2, 4)$, $(-4, 2)$, $(-4, -2)$, $(-5/2, -9/2)$, $(4, -3)$, $(2, -\sqrt{2})$. Véase la Figura (*c*).

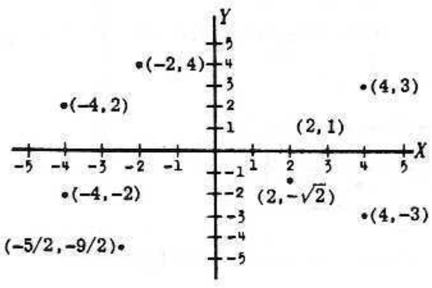


Fig. (*c*) Prob. 11

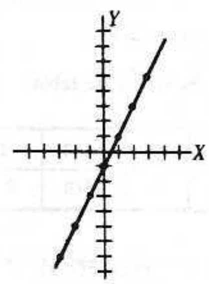


Fig. (*d*) Prob. 12

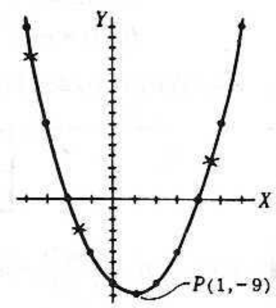


Fig. (*e*) Prob. 13

12. Siendo $y = 2x - 1$, calcular los valores de y correspondientes a $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ y representar los puntos (x, y) obtenidos.

La tabla siguiente contiene los valores de y correspondientes a los valores dados de x.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−7	−5	−3	−1	1	3	5

Los puntos $(-3, -7)$, $(-2, -5)$, $(-1, -3)$, $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 5)$ se han representado en la Figura (*d*).

Obsérvese que todos los puntos que satisfacen a la ecuación $y = 2x - 1$ están situados sobre una recta. La ecuación de una recta, en general, viene dada por $y = ax + b$, siendo a y b constantes; por esta razón, $y = ax + b$, o $f(x) = ax + b$, recibe el nombre de *función lineal*. Como una recta queda definida por dos puntos, solo habrá que situar dos puntos y unirlos entre sí para obtener la representación de aquélla.

13. Representar gráficamente la función definida por $y = x^2 - 2x - 8$ o $f(x) = x^2 - 2x - 8$.

En la tabla siguiente figuran los valores de y o $f(x)$ para varios valores de x.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y o $f(x)$	16	7	0	−5	−8	−9	−8	−5	0	7	16

Los puntos representados en la gráfica son: $(-4, 16)$, $(-3, 7)$, $(-2, 0)$, $(-1, -5)$, etc.

Para representar estos puntos es conveniente utilizar escalas diferentes sobre los ejes x e y, como aparece en la Fig. (*e*). Los puntos señalados con una cruz, ×, se han añadido a los ya calculados con objeto de obtener una representación más precisa.

La curva obtenida es una *parábola*. Su punto más bajo, P, que es un mínimo de la función, recibe el nombre de *vértice* de la parábola.

14. Dibujar la función definida por $y = 3 - 2x - x^2$.

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−12	−5	0	3	4	3	0	−5	−12	−21

La curva obtenida es una parábola, como indica la Fig. (*f*). El punto $Q(-1, 4)$, vértice de la parábola, es un máximo. En general, $y = ax^2 + bx + c$ representa una parábola cuyo vértice es un máximo o un mínimo según que el coeficiente a sea negativo o positivo, respectivamente. La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ se llama trinomio de segundo grado o función cuadrática.

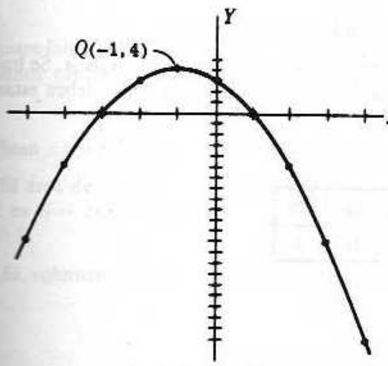


Fig. (*f*) Prob. 14

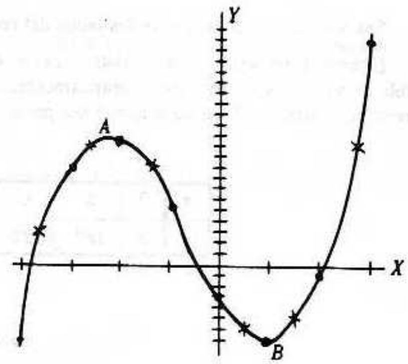


Fig. (*g*) Prob. 15

15. Representar la función $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	9	11	5	-3	-7	-1	21

La gráfica se representa en la Fig. (*g*). Los puntos señalados con una cruz, ×, no figuran en la tabla; se han añadido a aquéllos para conseguir una representación más precisa.

El punto A se denomina *máximo relativo*; no es el punto más alto de toda la curva, pero sí lo es con respecto a los puntos situados a ambos lados de él. El punto B recibe el nombre de *mínimo relativo*. Mediante el cálculo diferencial se pueden determinar los máximos y mínimos relativos de una función.

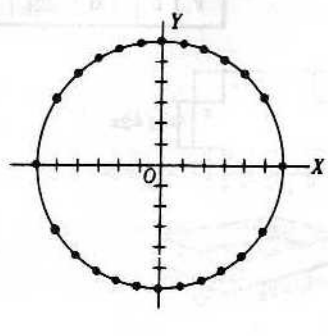
16. Representar gráficamente la función $x^2 + y^2 = 36$.

Se puede escribir $y^2 = 36 - x^2$, de donde $y = \pm\sqrt{36 - x^2}$. Para que y sea real, los valores de x deben estar comprendidos entre -6 y $+6$.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	0	$\pm\sqrt{11}$	$\pm\sqrt{20}$	$\pm\sqrt{27}$	$\pm\sqrt{32}$	$\pm\sqrt{35}$	± 6	$\pm\sqrt{35}$	$\pm\sqrt{32}$	$\pm\sqrt{27}$	$\pm\sqrt{20}$	$\pm\sqrt{11}$	0

Los puntos a representar son $(-6, 0)$, $(-5, \sqrt{11})$, $(-5, -\sqrt{11})$, $(-4, \sqrt{20})$, $(-4, -\sqrt{20})$, etc.

La figura adjunta representa una circunferencia de radio 6.



En general, la ecuación $x^2 + y^2 = a^2$ es la de una circunferencia de centro el origen y radio a.

Se debe tener en cuenta que, si no se toma la misma unidad de longitud sobre los ejes x e y, la gráfica que resulta no es la correspondiente a una circunferencia.